Curso de apoyo para el ingreso a los Institutos de formación del Ejército Argentino

Materia:
“Matemática”

Escuela de Suboficiales del Ejército “Sargento Cabral”

INDICE

INTRODUCCIÓN

¿Por qué estudiar Matemática?

La Matemática es una herramienta poderosa que enseña a pensar. Ordena el razonamiento lógico y crítico, ayudando a tomar decisiones más educadas, sirviendo también para resolver problemas prácticos.

No hay rama de la Matemática, por más abstracta que sea, que no pueda un día aplicarse a los fenómenos del mundo real.

Los bordes que separan cada ciencia de las demás son cada vez más difusos, está muy relacionada con Física, Química, Biología, Estadística, Sociología etc., constituyendo la herramienta necesaria para poder manejarse en las otras ciencias.

OBJETIVOS

Que el alumno sea capaz de:

- Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para su inserción al medio socio-cultural.
- Resolver situaciones problemáticas aplicando los distintos contenidos de las unidades.
- Lograr el empleo del vocabulario correcto en cada uno de los ejes temáticos.
- Manifestar responsabilidad en las respuestas a las actividades planteadas.

ESQUEMA DE LA MATERIA

- Unidad Didáctica 1: “Conjuntos numéricos”.
- Unidad Didáctica 2: “Funciones”.
- Unidad Didáctica 3: “Expresiones algebraicas”.
- Unidad Didáctica 4: “Figuras planas”.
- Unidad Didáctica 5: “Trigonometría”.

Unidad Didáctica 1

"Sistemas numéricos"

INTRODUCCIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA 1

Esta unidad es muy importante ya que el alumno debe conocer perfectamente las operaciones con los distintos conjuntos de números, partiendo de los más sencillos hasta llegar al de los números reales, ya que estos conocimientos son la base para el cálculo empleado en las otras unidades temáticas.

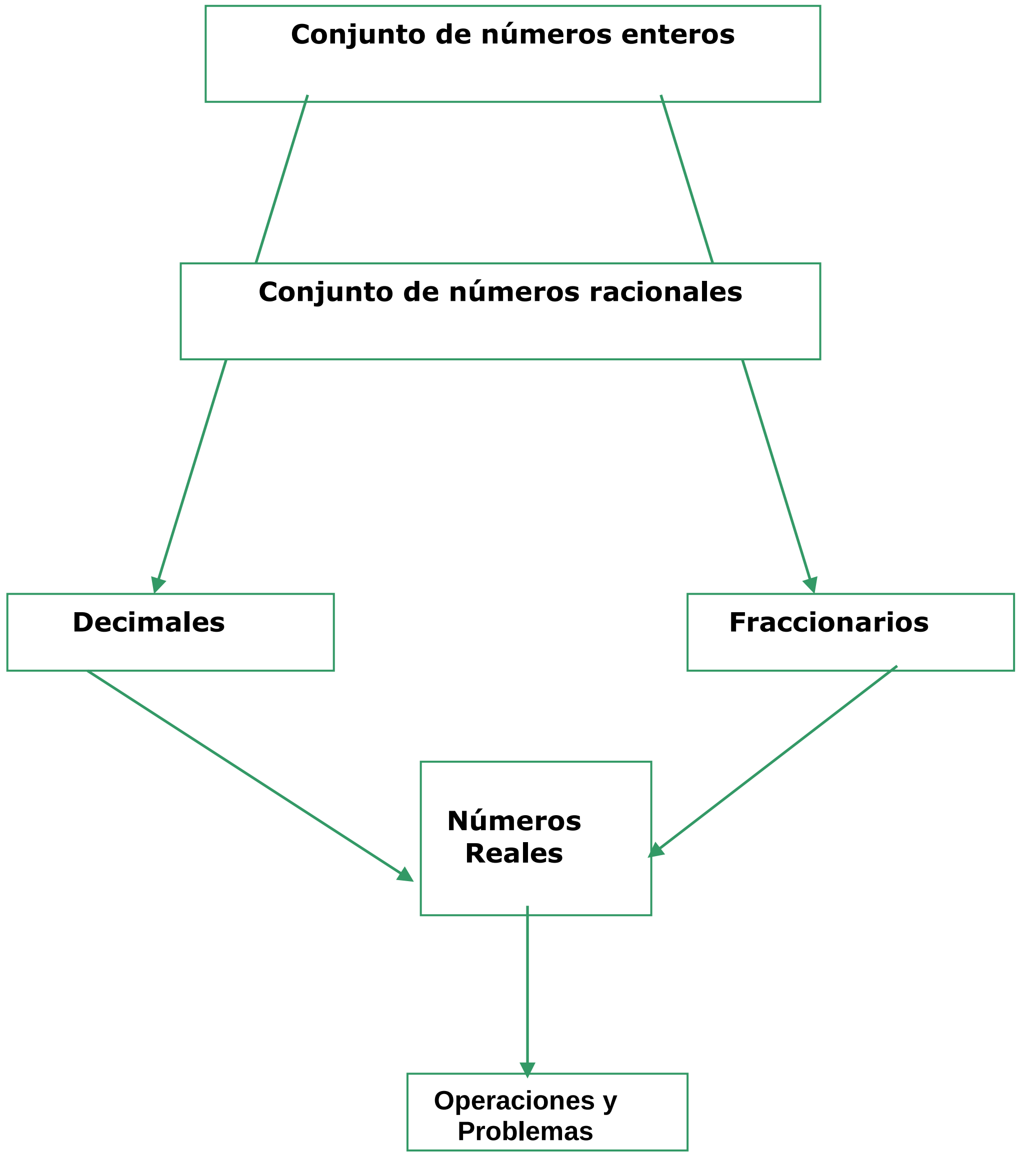
OBJETIVOS

Que el alumno sea capaz de:

- Reconocer y utilizar en diferentes situaciones los distintos conjuntos numéricos (N, Z, Q, R), comprendiendo las propiedades que los definen y las formas alternativas de representación de sus elementos, seleccionándolos en función de la situación a resolver.

- Comprender y saber usar las operaciones y relaciones entre números para resolver problemas, pudiendo estimar resultados y comprobar su razonamiento.

ORGANIZADOR DE CONTENIDOS



CONTENIDOS

NÚMEROS ENTEROS

Números Enteros (**Z**)

- Números naturales.
- Cero.
- Números negativos.

Ahora exprese numéricamente las siguientes situaciones: (no olvide de colocar el signo correspondiente).

a. tengo $ 250

b. gané 6 fichas

c. descendí 20 m bajo el nivel del mar

d. la temperatura en la Antártida Argentina hoy de 15° C bajo cero

e. subí 450 m sobre el nivel del mar

f. debo $ 850

a. + $ 250

b. + 6 fichas

c. – 20 m

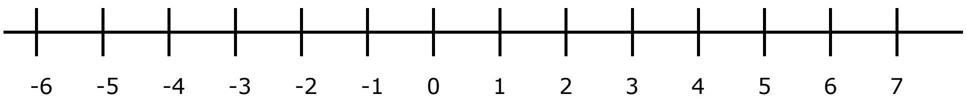
d. – 15° C

e. + 450 m

f. - $ 850

Como ya vimos, los números naturales se representan sobre una parte de la recta, o sea sobre una semirrecta (el punto 0 se llama origen de la semirrecta).

Los números negativos se representan sobre la semirrecta opuesta.



OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

Habitualmente usted resuelve sumas y restas, pero en más de una oportunidad, se le habrán presentado cálculos como el siguiente:

$5 + 2 - 3 + 11 - 5 - 7 + 9 = 12$

A esta combinación de sumas y restas se la llama:

SUMA ALGEBRAICA

Intentemos resolverla efectuando operaciones parciales:

$5 + 2 - 3 + 11 - 5 - 7 + 9 = 12$

$\underbrace{5 + 2}_{7}$

$\underbrace{7 - 3}_{4}$

$\underbrace{4 + 11}_{15}$

$\underbrace{15 - 5}_{10}$

$\underbrace{10 - 7}_{3}$

$\underbrace{3 + 9}$

Este procedimiento es muy extenso, por eso le proponemos otro camino:

a. *Sume los términos positivos (o sea, los precedidos por el signo más)*

5 + 2 + 11 + 9 = 27

b. *Sume los términos negativos (o sea, los precedidos por el signo menos)*

3 + 5 + 7 = 15

c. *Al primer resultado, réstele el segundo y obtendrá el resultado final:*

27 – 15 = 12

En síntesis podemos escribir:

5 + 2 – 3 + 11 – 5 – 7 + 9 =

= (5 + 2 + 11 + 9) – (3 + 5 + 7) =

27

– 15 = 12

Actividad 1:
Realice la siguiente actividad.

Resolver las siguientes sumas algebraicas:

a. 3 – 2 + 7 + 9 – 5 + 1 – 7 =

b. 4 – 3 + 1 – 2 – 4 + 3 – 7 +8 + 10 =

c. 6 + 4 – 2 – 5 + 1 – 3 – 6 + 9 =

En una suma algebraica términos de signos contrarios se restan. El signo del resultado es el del número de mayor valor absoluto, (es decir el valor del número, sin considerar el signo, por ejemplo: de -7 el valor absoluto es 7). Ejemplo -5+2=-3 ó 5-2=3

Si son de signos iguales se suman, si son negativos el resultado queda negativo y si son positivos el resultado también será positivo. Por ejemplo -5-2=-7, ó 5+2=7

> *Todo paréntesis precedido por el **signo más** puede suprimirse, dejando los términos que encierra con sus correspondientes signos.*

Ejemplo:
7 + (9 – 6) ➔ ***Tenga presente que el signo “+” desaparece con el paréntesis***
Por ser más se suprime el ( ) y no cambian los signos del 9 ni del 6.

> *Todo paréntesis precedido por el signo **menos** puede suprimirse escribiendo los términos que encierra, con signos contrarios a los que tenían.*

Ejemplo:

10 – (4 – 1) = 10 – 4 + 1 ➔ ***Tenga presente que el signo “–”***
desaparece junto con el paréntesis.

Por ser menos se suprime el ( ) cambiando los signos de los términos

Actividad 2:
Realice las siguientes actividades.

Resolver los siguientes ejercicios:

a. 9 + (– 5)
b. – 4 + (– 3)
c. 5 + (+ 2)
d. 4 – (– 1)
e. – 3 – (+ 4)
f. – 1 – (– 5)

2) Suprimir paréntesis y resolver:

a. – 30 + (– 15) =
b. – 2 + (– 10) =
c. 6 + (+ 10) =
d. 8 + (– 3) =
e. – 20 + (– 10) =
f. 3 – (– 2) =
g. – 5 – (+ 9) =
h. – 10 – (– 3) =
i. (5 – 3 – 9) + 1 – (7 – 3 + 4) =
j. – (– 3 + 1 – 5) + (– 2) – (– 1 + 3) – 5 =

k. − (− 2 − 1) + (− 3 + 4) − 6 − (− 3 + 2) =

l. 3 − (− 5 − 2) + (− 3 + 4) − 1 − (− 6) =

PRODUCTO Y COCIENTE

En la multiplicación y división de números enteros, se aplica la regla de signos.

+.+ = +	+.- =-	-.+ =-	-.- = +
+:+ = +	+:- =-	-:+ =-	-:- = +

Ejemplos:

Productos: (+2).(+5)=10

(-3). (-4)= 12

(-5).(+3)=-15

(+4).(-2)=-8

Cocientes: (+30):(+6) = +5

(−20):(−2) = +10

(+15):(−3) = −5

(−10):(+5) = −2

Actividad 3:
Realice las siguientes actividades.

1) Completar:

1) 24 : (-3) = $\boxed{}$

2) −18 : (-6) = $\boxed{}$

3) $\boxed{}$: (-4) = $\boxed{1}$

4) 36 : $\boxed{}$ = -9

5) (-3). ( ) . (-6) = -36

6) (-9). $\boxed{}$ = 72

2) Efectuar las siguientes multiplicaciones:

a. − 2 . 5 =

b. − 3 . (− 2) =

c. 7 . (− 3) =

d. 4 . 9 . (− 1) =

e. − 3 . 4 . (− 1) . 2 . (− 1) . 3 . (− 2) =

f. − 1 . (− 1) . 1 . (− 1) .(− 1) .(− 1) =

g. 5 . 9 . (− 3) . 0 . (− 2) . (− 32) =

h. − 10 . 4 . (− 3) . (− 1) . 1 . (− 2) =
i. −2 . (−4) . (−1) . (+7) . (−3) =

j.(+5) . (−2) . (−1) . (−2) . (−5) . (−1) =

k.(−4) . (−6) . (−3) =

l.2 . (+4) . (−5) . (+3) =

3) Efectuar las siguientes divisiones:

a. − 15 : (− 3) =

b. 8 : (− 4) =

c. − 100 : 5 =

d. − 30 : (− 10) =

e. − 50 : 5 =

f. − 48 : (− 12) =

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA DE LA MULTIPLICACIÓN CON RESPECTO A LA SUMA Y A LA RESTA.

En forma literal podemos expresarla así:

(a + b + c) . n = a .n + b . n + c . n

Consideremos, ahora, la resta.

(8 − 5) **.** 2 =

y resolvámosla de las dos formas vistas.

I. (8−5)**.**2 = $\boxed{\mathbf{6}}$

II. (8−5)**.**2 = $\underbrace{8.2}$ − $\underbrace{5.2}$ = 16-10 = $\boxed{\mathbf{6}}$

Nuevamente podemos decir que los resultados obtenidos en I y II son iguales

En el caso II hemos aplicado la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la resta.

Apliquemos la propiedad distributiva en los siguientes ejercicios:

(5 + 3 − 2) **.** 4 = 5 **.** 4 + 3 **.** 4 − 2 **.** 4 =

$= 20 + 12 - 8 = \boxed{24}$

Podemos resolver el primer paso mentalmente:

$3 \,.\, (4 - 2 + 8) = 12 - 6 + 24 = \boxed{30}$

Al multiplicar por un número entero, no olvide aplicar la regla de los signos. (En los casos anteriores, los signos no sufrían alteraciones, pues multiplicábamos por un número natural).

Entonces:

$$\mathbf{(4-2+6).(-5) = 4.(-5)-2.(-5)+6.(-5) =}$$
$$\mathbf{= -20 + 10 - 30 =}$$
$$\mathbf{= 10 - (20 + 30) = \boxed{-40}}$$

Actividad 4:
Realice la siguiente actividad.

Resolver aplicando la propiedad distributiva.

a. (3 – 2 + 1) . 5 =
b. (– 2 – 1 + 3) . (– 2) =
c. (7 – 3 + 1) . (– 1) =
d. (– 10 + 8 – 9) . (– 2) =
e. (– 5 + 3 – 8 + 4) . (– 6) =
f. (3 + 1) . (2 + 5) =
g. (– 4 – 2) . (3 – 5) =
h. (– 2 + 3) . (3 – 1) =

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA DE LA DIVISIÓN CON RESPECTO A LA SUMA Y A LA RESTA.

¿Tendrá la división propiedad distributiva con respecto a la suma y a la resta?

Resuelva estas operaciones sumando primero y dividiendo después.

(24+18):6 =
    42:6 = 7
(35–20):5 =
    15:5 = 3

Resuelva los mismos ejercicios aplicando la propiedad distributiva.

$$(24+18):6 = \underbrace{24:6}_{4} + \underbrace{18:6}_{3} = 4+3 = \underline{7}$$

$$(35-20):5 = \underbrace{35:5}_{7} - \underbrace{20:5}_{4} = 7-4 = 3$$

> *Observe que los resultados obtenidos en cada caso son los mismos.*
> *Esto significa que se cumple la* ***propiedad distributiva de la división con respecto a la suma y a la resta****; solamente con el divisor a la derecha.*

Expresemos lo visto literalmente:

> $(a+b+c):n = a:n + b:n + c:n$
> $(a-b):n = a:n - b:n$

Actividad 5:
Realice las siguientes actividades.

Resolver aplicando la propiedad distributiva.

a. (14 + 28 − 35) : (− 7) =

b. (− 120 + 24 − 36) : (− 12) =

c. (48 + 64 − 16) : 16 =

d. (75 − 100 − 50) : (− 25) =

e. (130 − 390 + 169) : 13 =

f. (121 − 88 + 44 − 110) : (− 11) =

g. (30 − 40 + 50 + 100) : 10 =

EJERCICIOS COMBINADOS

Combinemos en un ejercicio, **las operaciones vistas hasta ahora.**

Veamos un ejemplo:

3 − 4 . 2 + 5 . 7 − 6 . 4 =

1º Separamos en términos

$$\underbrace{3} - \underbrace{4 . 2} + \underbrace{5 . 7} - \underbrace{6 . 4}$$

2º Resolvemos los productos indicados en cada término

3 – 4 . 2 + 5 . 7 – 6 . 4

= 3 – 8 + 35 – 24 =

3º Resolvemos la suma algebraica

3 – 8 + 35 – 24 =

= (3 + 35) – (8 + 24) =

= 38 – 32 = $\boxed{\mathbf{6}}$

Observe que:

> Las operaciones de adición y sustracción separan términos

Veamos otro ejemplo:

– 2 + 7 **.** (–3) + 4 – 6 **.** (–2) **.** (–1) =

a b

¿Qué diferencia existe entre el signo de a *y de* b*?*

El signo a indica una sustracción.

El signo b indica un número negativo.

Por lo tanto el signo de a separa términos, el de b no.

Hecha esta aclaración pasemos a resolver ejercicios.

1) $\underbrace{-2}\underbrace{+7.(-3)}\underbrace{+4}\underbrace{-6.(-2).(-1)}$ = (separamos en términos)

Resolvemos los productos aplicando la regla de los signos

= –2–21+4–12 =

= 4–(2+21+12) =

= 4–35 = **–31**

2) $\underbrace{(-6).(+5).(-1)}\underbrace{+2}\underbrace{-(-5).(-3)}\underbrace{+(-1).2}$ = (separamos en términos)

$= +30+\cancel{2}-15-\cancel{2}$ = **15** (cuando el mismo número está sumando y restando a la vez, se cancelan por ser 2-2=0, o -2+2=0)

En síntesis:

> Para resolver un ejercicio con operaciones combinadas:
>
> - Se separa en términos
> - Se resuelve cada producto y cociente (siempre que los paréntesis no indiquen lo contrario).
> - Se efectúa la suma algebraica.

Veamos otros ejemplos:

$$-\underbrace{(-10):(-2)}+\underbrace{6}-\underbrace{2.(-3).(-5)}-\underbrace{(-30):(-5)} =$$

$$= -5 + \cancel{6} - 30 - \cancel{6} = -35$$

$$-5+(-2).(-8).(-1)-25:(-5)+7:(-1) =$$

$$= -5-16+5-\cancel{7} = \underline{\underline{-2\cancel{3}}}$$

$$-\underbrace{(-8):(-2)}+\underbrace{1}-\underbrace{(-6):(-3)}+\underbrace{(-4).(-5).(-1)}-\underbrace{6} =$$

$$= -4+1-2-20-6 =$$

$$= 1-(4+2+20+6) =$$

$$= 1-32 = -31$$

En los siguientes ejemplos se agregan $( ), [ ] y \{ \}$

- 4 + {8 – [6 : (-3) – (8 + 2 . 3) : (-2)] } =

Se hace la división entre 6 y -3 = -2 porque con los signos se hace +:- y da resultado negativo, también se resuelve el 2.3=6.

$$4+\{\ 8-[-2-(8+6):(-2)]\ \}=$$

Se suma 8+6=14, pero tenía un menos adelante, entonces queda ese signo.

$$4+\{8-[-2-14:(-2)]\}=$$

$$4+\{8-[-2+7]\}=$$ Luego se hace la división de -14 con -2 y da 7, positivo

$$4+\{8-5\}=4+3=7$$

Acá se resolvió -2+7=5, como son signos opuestos se restan y se coloca el signo del número de mayor valor absoluto, en este caso el 7, entonces queda positivo; pero como ese corchete tenía un signo negativo adelante, queda -5.

–20 – [- (-2 + 3)] –6 =

Primero se resuelve -2+3 = 1, resto porque son de distintos signos y queda positivo, porque 3 es el de mayor valor absoluto, pero queda negativo por el - que tenía delante del paréntesis.

$$-20-[-1]-6=$$

$$-20+1-6=$$

$$-26+1=-25$$

El -1 con ese otro – delante del corchete queda +1, luego -20 con-6 se suman y queda -26 y luego resto 1 porque es de otro signo, el resultado es -25, porque queda con el signo del número de mayor valor absoluto.

−18 − { -6 + 4 : 2 − [6 + 4 . 2 − 6 : 3] : (-3) }=

Se resuelve primero 4:2=2; 4.2=8; 6:3=2

$$
\begin{aligned}
&-18-\{-6+2-[6+8-2]:(-3)\ \}=\\
&-18-\{-6+2-[+12\ ]:(-3)\ \}=\\
&-18-\{-6+2-12:(-3)\}=\\
&-18-\{-6+2+4\}=\\
&-18-\{0\}=-18
\end{aligned}
$$

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/enteros/ejercicios-interactivos-de-operaciones-combinadas-con-numeros-enteros-ii.html

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/enteros/ejercicios-interactivos-de-operaciones-combinadas-con-numeros-enteros-ii.html

Actividad 6:
Realice la siguiente actividad.

Resolver:

a. 25 : (− 5) − (− 3) . (− 2) . 4 − (− 16) : (− 8) =
b. 3 . (− 4) − (− 6) : (− 1) + 5 − 3 + 4 : (− 2) =
c. − 5 . (− 2) . 3 + 10 : (− 5) − (4 − 3) . 2 + (− 8) : 4 =
d. 16 : (− 4) + 5 . (− 3 + 4) − (− 1) . (− 5) + (10 + 5) : (− 5) =
e. (5 + 6 − 1) . (− 3) + (8 − 2) . (− 5 + 3) − (9 − 6) : 3 =
f. − 5 . (− 3 + 8) . (− 1) − (16 − 4 + 8) : 4 − (5 + 3) . (−9 + 7) =
g. − 35 : (−4 − 1) − (−8 + 1) . (− 1 + 2) + (− 3) . 2 =
h. 30 : (−3 −3) + 2 − (− 4 + 1) . (− 5 − 2) . (− 10 + 9) =
i. $[20-(-15):(-3)].[(-3).(-6)-(-4)(-2)]=$
j. $(-4).[-7+(-3).(-4)]:[(-30):(-2)+(-5)]=$
k. $\{35-7.(-4)-16:(-8).(-3)\}.[-12:(-3)]=$

POTENCIA

¿Qué elementos intervienen en la potenciación?

3^5 → **exponente**

base

Para resolver esta potencia se procede así:

$$3^5 = \underbrace{3.3.3.3.3}_{\text{5 veces}} = 243$$

Si el exponente es 2 se lee "al cuadrado"

Ejemplo: 7^2 (siete al cuadrado)

Si el exponente es **3** se lee "al cubo"

Ejemplo: 6^3 (seis al cubo)

Si el exponente es 4, 5 ...... etc., se lee "a la cuarta, a la quinta, etc."

9^4 (nueve a la cuarta)

3^5 (tres a la quinta)

¿Cómo expresaría en forma literal la potencia enésima de un producto?

$$\mathbf{a^n = \underbrace{a.a.a.........a}_{n\ veces}}$$

¿A qué se llama potencia enésima de un producto?

Se llama potencia enésima de un número "a", al producto de "n" factores iguales a "a".
Aclaración:
a y n no pueden ser simultáneamente cero, pues no se podría resolver

Ejemplos:

$$2^6 = \underbrace{2.2.2.2.2.2}_{\text{6 veces}} = 64$$

$$6^2 = \underbrace{6.6}_{\text{2 veces}} = 36$$

Puede calcular la potencia mentalmente, obviando el paso intermedio.

Recuerde

Toda potencia cuyo exponente es cero da 1.

$7^0 = 1$

$a^0 = 1$

Analicemos casos particulares de la potenciación.

Le proponemos que ejemplifique, generalice y enuncie cada caso, guiado por las siguientes preguntas:

1° ¿Qué ocurre si la base de una potencia es cero?

$0^5 = 0.0.0.0.0 = 0$

$0^2 = 0.0 = 0$

Generalizando:

$0^n = 0$

En toda potencia, si la base es cero, el resultado es cero.

2° ¿Y si la base es 1?

$1^3 = 1.1.1 = 1$

$1^6 = 1.1.1.1.1.1 = 1$

Generalizando:

$1^n = 1$

En toda potencia, si la base es uno, el resultado es uno.

3° ¿Qué ocurre si el exponente es 1?

$7^1 = 7$

$25^1 = 25$

Generalizando:

$a^1 = a$

En toda potencia, si la base es 1, el resultado es igual a la base.

Aclaración

El exponente 1 no se escribe, por lo tanto $5^1 = 5$.

REGLA DE LOS SIGNOS

Trate de resolver los siguientes ejemplos y de enunciar la regla de los signos correspondiente a cada caso, aplicando la definición de potenciación.

1° Base positiva (+), exponente **par**

$(+2)^4 = (+2)\ .\ (+2)\ .\ (+2)\ .\ (+2) = \boxed{+16}$

base positiva (+), exponente PAR ➡ resultado positivo (+)

2° Base positiva (+), exponente **impar**

$(+4)^3 = (+4)\ .\ (+4)\ .\ (+4) = \boxed{+64}$

base positiva (+), exponente IMPAR ➡ resultado positivo (+)

3° Base negativa (-), exponente **par**

$(-2)^4 = (-2)\ .\ (-2)\ .\ (-2)\ .\ (-2) = \boxed{+16}$

base negativa (-), exponente PAR ➡ resultado positivo (+)

4° Base negativa (-), exponente **impar**

$(-4)^3 = (-4)\ .\ (-4)\ .\ (-4) = \boxed{-64}$

base negativa (-), exponente IMPAR ➡ resultado negativo (-)

Recuerde que

Obtendrá resultado negativo, sólo si la base es negativa y el exponente IMPAR

¿Qué diferencia existe entre $(-2)^4$ y -2^4?

$(-2)^4 = \mathbf{+16}$

Porque el exponente afecta tanto al signo como al número.

$-2^4 = \mathbf{-16}$

Porque, al no tener paréntesis, el exponente afecta sólo al número.

PROPIEDADES DEL COCIENTE Y EL PRODUCTO

Cociente de potencias de igual base se restan los exponentes

$2^{10} : 2^{7}$ = Aplicando la propiedad $2^{10-7} = 2^3 = 8$

$2^{10} : 2^{-7}$ = Aplicando la propiedad $2^{10-(-7)} = 2^{!0+7} = 2^{17}$

Producto de potencias de igual base se suman los exponentes

$2^{7}.2^{-4}.2^{2=}$ = Aplicando la propiedad $2^{7-4+2} = 2^{5} = 32$

Potencia de potencia: se multiplican los exponentes

$(2^{3})^{2}$ = Aplicando la propiedad $2^{6} = 64$

$(2^{3})^{-2} = 2^{-6}$

Propiedad distributiva de la potencia

Recuerde que la suma y la resta no son distributivas para la potencia, quiere decir que, hay que sumar o restar para después aplicar la potenciación.

$(5-3)^{2} = 2^{2} = 4$, no se puede distribuir, como son números debemos hacer la operación primero y luego elevarlos a la potencia.

$(5 + 3)^{2} = 8^{2} = 64$ no se puede distribuir, como son números debemos hacer la operación primero y luego elevarlos a la potencia.

En cambio en el producto y el cociente (como goza de la propiedad distributiva), se puede hacer de dos formas: primero la división o el producto y luego aplicar la potencia o de la otra forma es separar las potencias resolviéndolas, para luego multiplicar o dividir esos resultados.

$(6 : 2)^{3} = 3^{3} = 27$ ó distribuyendo, (separando) $6^{3} : 2^{3} = 216 : 8 = 27$

$(3 . 2)^{2} = 6^{2} = 36$ ó distribuyendo, (separando) $3^{2} . 2^{2} = 9 . 4 = 36$

Actividad 7:
Realice las siguientes actividades.

1) Resolver las siguientes potencias:

a. $(-2)^{4} =$

b. $(-5)^{3} =$

c. $(-1)^{10} =$

d. $10^{3} =$

e. $(-3)^{3} =$

f. $(-1)^{15} =$

g. $-3^{3} =$

2) Resolver aplicando propiedades siempre que sea posible:

a. $2^3 \cdot 2 \cdot 2 =$

b. $(-3) \cdot (-3)^2 \cdot (-3) =$

c. $(-1)^8 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^2 =$

d. $(-4) \cdot (-4)^2 \cdot (-4) =$

e. $3^7 : 3^3 =$

f. $(-3)^6 : (-3)^2 =$

g. $\left[(-2)^3\right]^2 =$

k. $(3 \cdot 2)^3 =$

l. $(2+1)^4 =$

m. $(9:3)^2 =$

n. $[-2 \cdot (-4)]^3 =$

o. $(7-5)^5 =$

p. $[-8:(-4)]^2 =$

RADICACIÓN:

Veamos un ejemplo:

$\sqrt[5]{32} \xrightarrow{\text{se lee}}$ "raíz quinta de 32"

En la radicación intervienen los siguientes elementos:

$\sqrt{\ }$ ⟶ Signo radical

5 ⟶ índice

32 ⟶ Radicando

¿Cómo se resuelve?

$\sqrt[5]{32} = 2$ porque $2^5 = 32$

Literalmente:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a \qquad (n > 1)$$

¿Qué significa extraer la raíz enésima de un número?

Extraer la raíz enésima de un número (a) es hallar otro número (b), tal que, elevado al índice de la raíz (n) dé por resultado el radicando (a).

La raíz de índice 2 se llama "raíz cuadrada" y el índice 2 no se escribe.

$\sqrt{25}=5$; $\sqrt{81}=9$

La raíz de índice 3 se llama "raíz cúbica".

$\sqrt[3]{8}=2$; $\sqrt[3]{125}=5$

La raíz de índice 4 se llama "raíz cuarta"

$\sqrt[4]{16}=2$; $\sqrt[4]{625}=5$

La raíz de índice 5 se lama "raíz quinta"

$\sqrt[5]{32}=2$; $\sqrt[5]{100.000}=10$

Analicemos casos particulares de la radicación.

Le proponemos que, ejemplifique, generalice y enuncie cada caso, respondiendo a nuestras preguntas.

1. *¿Qué ocurre si el radicando es 1?*

   $\sqrt[4]{1}=1$; $\sqrt[9]{1}=1$; $\sqrt[n]{1}=1$

   Toda raíz de radicando 1 es igual a 1.
2. *¿Qué ocurre si el radicando es 0?*

   $\sqrt[5]{0}=0$; $\sqrt[7]{0}=0$; $\sqrt[n]{0}=0$

El resultado es cero

REGLA DE LOS SIGNOS

Para estudiar la regla de los signos de la radicación deberá recordar la regla de los signos de la potenciación y la definición de radicación.

Se nos pueden presentar cuatro casos:

1. $\sqrt[PAR]{POSITIVO}$

Trabajemos con ejemplos numéricos.

$\sqrt[4]{+16}=+2$ pues $(+2)^4=+16$

¿Puede ser también –2 el resultado de esta raíz?

Veamos:

$\sqrt[4]{+16} = -2 \xrightarrow{\text{pues}} (-2)^4 = +16$

Es evidente que, -2 también es solución de esta raíz.

Esto significa que:

> *La raíz de índice **par** y radicando **positivo** tiene dos soluciones que son números opuestos.*

El resultado se sintetiza así:
$\sqrt[4]{+16} = \pm 2$

En lo sucesivo, sólo usaremos la solución **positiva**.

2. $\sqrt[\text{PAR}]{\text{NEGATIVO}}$

Intentemos encontrar el resultado de:

$\sqrt{-25}$

¿Puede ser +5?

$(+5)^2 = +25$ **(Evidentemente *no* pues al elevarlo al cuadrado da +25).**

¿Puede ser -5?

$(-5)^2 = +25$ **(Tampoco es solución pues al elevarlo al cuadrado da +25).**

Esto significa que:

> *La raíz de índice par y radicando negativo **no tiene solución** entre los números racionales.*

La solución la hallaremos al ampliar el conjunto de números.

3. $\sqrt[\text{IMPAR}]{\text{POSITIVC}}$

Ejemplifíquelos:

$\sqrt[5]{+32} = +2 \xrightarrow{\text{pues}} (+2)^5 = +32$

O sea:

> *La raíz de índice impar y radicando positivo tiene como solución un número **positivo**.*

(Si desea saber si también tiene como solución –2, piense que $(-2)^5 = -32$ que no es el número buscado).

4. $\sqrt[\text{IMPAR}]{\text{NEGATIVO}}$

Ejemplifíquelos:

$\sqrt[3]{-8} = -2 \xrightarrow{\text{pues}} (-2)^3 = -8$

Entonces:

*La raíz de índice impar y radicando negativo, **tiene** como solución un número **negativo**.*

Resumiendo:

ÍNDICE	RADICANDO	SOLUCIÓN	EJEMPLO
Par	Positivo	dos soluciones, una positiva (+) y una negativa (-)	$\sqrt{+100} = \pm 10$
Par	Negativo	no tiene solución entre los racionales	$\sqrt{-64} = \text{NO}$
Impar	Positivo	una solución positiva	$\sqrt[3]{+64} = +4$
Impar	Negativo	una solución negativa	$\sqrt[5]{-32} = -2$

PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

Para analizar las propiedades de la radicación trabajaremos con números naturales para evitar el problema de los signos.

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA

1. Verifiquemos si la radicación es distributiva con respecto a la suma y a la resta.

   Sabemos que:

   $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = \quad 5$ **(1)**

   Intentemos resolverlo aplicando la propiedad distributiva:

   $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = \underline{\underline{7}}$ **(2)**

   ¿Cómo son los resultados en (1) y (2)?

   Distintos.

   ¿Qué significa esto?

   Que la radicación no es distributiva con respecto a la suma.

   Compruebe, utilizando el ejemplo dado si la radicación es distributiva para la resta.

   $\sqrt{100-64} = \sqrt{36} = \underline{\underline{6}}$

$\sqrt{100-64} = \sqrt{100} - \sqrt{64} = 10 - 8 = \underline{\underline{2}}$

Como los resultados son distintos podemos afirmar que:

La radicación no es distributiva con respecto a la resta.

Por lo tanto:

Primero debemos sumar o restar y luego extraer la raíz.

2. Verifique si la radicación es distributiva con respecto a la multiplicación y a la división.

   Proceda como en el caso de la suma y de la resta.
   Utilice los ejemplos numéricos que le presentamos.

   a. $\sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{100} = \underline{\underline{10}}$ **(1)**.

   Aplicando la propiedad distributiva:

   $\sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 5 = \underline{\underline{10}}$ **(2)**.

   De (1) y (2) concluimos que:

   La radicación es distributiva con respecto a la multiplicación.

   Literalmente:

   $$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

   Luego:

Si deseamos aplicar la propiedad distributiva para extraer la raíz de una multiplicación de dos o más factores, bastará con extraer la raíz de cada factor y luego multiplicar.

   b. $\sqrt{36:9} = \sqrt{4} = \underline{\underline{2}}$ **(1)**.

   Aplicando la propiedad distributiva

   $\sqrt{36:9} = \sqrt{36} : \sqrt{9} = 6:3 = \underline{\underline{2}}$ **(2)**.

   De (1) y (2) concluimos que:

   La radicación es distributiva con respecto a la división.

   Literalmente:

   $$\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$$

   Luego:

Si deseamos aplicar la propiedad distributiva para extraer la raíz de una división, bastará con extraer la raíz del dividendo y del divisor y efectuar el cociente.

Recuerde que

La radicación sólo es distributiva con respecto a la multiplicación y a la división.

Resolvamos el siguiente producto:

$\sqrt[5]{4}\cdot\sqrt[5]{8}$

Evidentemente, no se pueden extraer las raíces.

¿Cómo procedemos entonces?

Reuniendo los factores en una sola raíz, con el mismo índice.

$\sqrt[5]{4}\cdot\sqrt[5]{8}=\sqrt[5]{4\cdot 8}=\sqrt[5]{32}=2$

De este modo hemos solucionado un problema que parecía imposible de resolver:

Aplicamos la propiedad inversa de la distributiva de la radicación con respecto a la multiplicación.

Resolvamos la siguiente división:

$\sqrt[4]{48}:\sqrt[4]{3}$

Como en el caso anterior, no se puede resolver tal como está planteado, por lo tanto reuniremos el dividendo y el divisor en una misma raíz.

$\sqrt[4]{48}:\sqrt[4]{3}=\sqrt[4]{48:3}=\sqrt[4]{16}=\underline{\underline{2}}$

Aplicamos la propiedad inversa de la distributiva de la radicación con respecto a la división.

Completaremos el tema "**ejercicios combinados**", incorporando las dos operaciones vistas últimamente: **potenciación y radicación**.

Veamos un ejemplo:

1. $\underbrace{\sqrt{81}\cdot(-3)^2\cdot(-2)}-\underbrace{(-2)^2:(2)}$

1º Separamos en términos.

2º Resolvemos las potencias y las raíces (siempre que los paréntesis no indiquen lo contrario).

3º Efectuamos los productos y cocientes.

4º Resolvemos la suma algebraica.

$$\underbrace{9.9.(-2)}-\underbrace{4:(2)}=$$
$$-162-2=$$
$$-164$$

Actividad 8:
Realice las siguientes actividades.

1) Resolver aplicando la propiedad distributiva y la inversa de la distributiva, en los casos que sea posible:

$a)\sqrt{4.9}=$

$b)\sqrt{70+30}=$

$c)\sqrt{8-4}=$

$d)\sqrt{2}.\sqrt{50}=$

$e)\sqrt[3]{3}.\sqrt[3]{9}=$

$f)\sqrt{50}:\sqrt{2}=$

$g)\sqrt[3]{625}:\sqrt[3]{5}=$

$h)\sqrt{2.50}=$

2) Indicar el resultado en el caso que pueda resolverse.

$a)\sqrt[4]{-81}=$

$b)\sqrt{64}=$

$c)\sqrt[5]{-32}=$

$e)\sqrt[3]{-216}=$

$f)\sqrt[3]{64}=$

$g)\sqrt[5]{32}=$

3) Resolver los siguientes ejercicios combinados.

$a)(-3)^2.(-2).\sqrt[3]{-27}=$

$b)\sqrt{34-(-5)^2}-(-2)^3:(-4)=$

$c)\left[(-7)-(-1)^2\right]^2:(-2)^3-(-16):2=$

$d)\sqrt{4.(-5)^2}:(-3+1)+(-6)^2:3^2=$

$e)\sqrt[3]{3.(-10)+(-2)^2-1-24:(-2)^3}=$

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/enteros/ejercicios-interactivos-de-raiz-cuadrada-de-un-numero-entero.html

NÚMEROS RACIONALES

Cuando desea indicar el cociente entre dos números, por ejemplo, 14 y 7; puede hacerlo así:

14:7

o bien, así:

$\frac{14}{7}$

Observe los cocientes:

a. $\frac{20}{2}$

b. $\frac{18}{3}$

c. $\frac{5}{2}$

d. $\frac{3}{4}$

¿En qué casos el resultado es un número entero?

En a. $\frac{20}{2} = 10$

y en b. $\frac{18}{3} = 6$

¿Por qué?

Porque el dividendo es múltiplo del divisor.

En c. $\frac{5}{2}$ no da un número entero y en d. $\frac{3}{4}$ tampoco.

En estos dos últimos casos nos quedan dos posibilidades:

1. Efectuar la división y expresar el resultado como número decimal.

$\frac{5}{2} = 2{,}5$

$$\begin{array}{l|l} 5 & \underline{2\quad} \\ 10 & 2{,}5 \\ \ \ 0 & \end{array}$$

$\frac{3}{4} = 0{,}75$

$$\begin{array}{l|l} 30 & \underline{\ \ 4\quad\ } \\ \ \ 20 & 0{,}75 \\ \quad 0 & \end{array}$$

o bien:

2. Dejar la división indicada, de lo que resulta un **número fraccionario**.

$\frac{5}{2}$ $\frac{3}{4}$

Número fraccionario

Entonces, ¿qué es una **fracción**?

> ***Una fracción es una división indicada de dos números enteros, cuyo divisor es distinto de cero.***

Hacemos esta aclaración pues recuerde que la división por cero no tiene solución

¿Qué nombre reciben los números que forman una fracción?

$\frac{3}{4}$ → NUMERADOR, DENOMINADOR

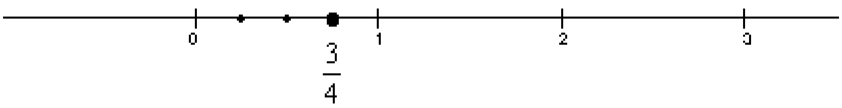
A veces, se presentan situaciones en las que debemos trabajar con las $\frac{3}{5}$ partes de una sala, de un trozo de hierro, de un kilogramo de azúcar... o bien decimos que ya realizamos las $\frac{2}{3}$ partes de un trabajo o recorrimos las $\frac{3}{4}$ partes de un camino...

¿Cómo representamos gráficamente alguna de estas expresiones?

Imaginemos que en un viaje de Buenos Aires a Mar del Plata ya recorrimos las $\frac{3}{4}$ partes del camino. Para representarlo, dividimos el trayecto en 4 partes (como indica el denominador) y tomamos tres de ellas (como indica el numerador).

En la recta numérica se representa en forma similar.

Dividimos la unidad en 4 partes y tomamos 3.



SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Sea por ejemplo, la fracción $\frac{9}{12}$

Si al numerador y denominador de esta fracción los dividimos por 3, nos queda:

$$\frac{9:3}{12:3} = \frac{3}{4}$$

Hemos llegado a una fracción irreducible (pues el 3 y el 4 son números primos entre sí), equivalente a la primera.

La segunda fracción resulta de haber simplificado la primera.

Para simplificar una fracción debemos dividir el numerador y el denominador por un mismo número.

Para efectuar menos pasos es conveniente dividir por el máximo común divisor.

Por ejemplo, si deseamos simplificar:

a. $\frac{25}{15}$ dividimos numerador y denominador por 5 (pues ambos son múltiplos de 5) y nos queda.

$$\frac{25:5}{15:5}=\frac{5}{3}$$

En la práctica, conviene dividir mentalmente y colocar el resultado así:

$$\frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{3}{\cancel{15}}}=\frac{5}{3}$$

b. $\frac{24}{30}$.

Recuerde que 24 es múltiplo de 2; 3; 4; **6** ; 12 y 24

y 30 es múltiplo de 2; 3; 5; **6** ; 10; 15; 30

Por lo tanto, nos conviene simplificarlos por 6 que es el máximo común divisor de ambos.

$$\frac{\overset{4}{\cancel{24}}}{\underset{5}{\cancel{30}}}=\frac{4}{5}$$

Si por un olvido no lo simplificó por 6 (que es lo ideal) y lo simplificó por 2,

$$\frac{\overset{12}{\cancel{24}}}{\underset{15}{\cancel{30}}}$$

Observará que el 12 y el 15 tienen aún un divisor en común: el 3.

Entonces vuelva a simplificar y le quedará así: $\frac{\overset{\overset{4}{\cancel{12}}}{\cancel{24}}}{\underset{\underset{5}{\cancel{15}}}{\cancel{30}}}$

Actividad 9:
Realice la siguiente actividad.

Simplificar las siguientes fracciones

a. $\frac{8}{10}$

b. $\frac{9}{15}$

c. $\frac{7}{14}$

d. $\frac{12}{15}$

e. $\frac{20}{25}$

f. $\frac{35}{30}$

g. $\frac{16}{24}$

h. $\frac{30}{18}$

i. $\frac{12}{90}$

j. $\frac{12}{100}$

ADICIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Al sumar números Racionales pueden presentarse dos casos:

1. **Que los sumandos tengan igual denominador.**

Por ejemplo:

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$$

En este caso, el denominador, es igual a los denominadores dados y el numerador se obtiene como suma de los numeradores.

2. **Que los sumandos tengan distinto denominador.**

Por ejemplo:

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$$

Veamos que ocurre si reducimos las fracciones a común denominador.

Elijamos el 6 por ser el menor múltiplo.

$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$; $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$

Elijamos el 6 por ser el menor múltiplo.

$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$; $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$

En este caso, las partes si son iguales y por lo tanto se pueden sumar.

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{7}{6}$$

Esto lo podemos resolver más rápidamente siguiendo los pasos:

1. Buscamos el m.c.m entre 3 y 2. Es 6; lo colocamos como denominador común.
2. Dividimos el 6 por el 3 y multiplicamos ese resultado por el 2.
3. Dividimos el 6 por el 2 y multiplicamos ese resultado por el 1.
4. Sumamos los numeradores recientemente obtenidos y colocamos como denominador el m.c.m.

   $$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{4+3}{6}=\frac{7}{6}$$

   Resolvamos esta suma utilizando la regla recientemente dada.

   $$\frac{3}{5}+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{12+10+15}{20}=\frac{37}{20}$$

   ¿Cómo resolvería una suma algebraica de números racionales?

   Del mismo modo que se resuelve una suma, pero, respetando los signos.

Le proponemos que intente resolver las siguientes sumas algebraicas.

1. $\frac{1}{6}-\frac{2}{3}+\frac{5}{4}=\frac{2-8+15}{12}=\frac{\cancelto{3}{9}}{\cancelto{4}{12}}=\frac{3}{4}$

2. $-\frac{5}{3}+\frac{2}{5}-\frac{1}{10}=\frac{-50+12-3}{30}=-\frac{41}{30}$

Si le propusiéramos resolver la siguiente suma algebraica. ¿Le resultaría cómodo trabajar con los denominadores dados?

$$\frac{4}{12}-\frac{20}{25}-\frac{6}{36}$$

Evidentemente no

Sin embargo, puede sortear esta dificultad. Veamos cómo.

Separe en términos la expresión dada:

$$\underbrace{\frac{4}{12}} - \underbrace{\frac{20}{25}} - \underbrace{\frac{6}{36}}$$

Recuerde

> Las fracciones pueden simplificarse. (**¡Cuidado!** Debe respetar la separación en términos. Jamás podrá simplificar un número de un término con un número de otro término).

Simplifique y resuelva.

$$\underbrace{\frac{\quad}{\quad}} \quad \underbrace{\frac{\quad}{\quad}} \quad \underbrace{\frac{\quad}{\quad}}$$

$$\frac{\overset{1}{4}}{\underset{3}{12}} - \frac{\overset{4}{20}}{\underset{5}{25}} - \frac{\overset{1}{6}}{\underset{6}{36}} = \frac{10 - 24 - 5}{30} = \frac{19}{30}$$

En este ejercicio, pudo comprobar la conveniencia de simplificar (siempre que sea posible). Pero ¡Atención! Debe recordar cómo hacerlo en cada operación. Por el momento solo vimos como simplificar en una suma algebraica, posteriormente, veremos como hacerlo en un producto y en un cociente.

SUMA O RESTA DE UN NÚMERO ENTERO POR UN NÚMERO FRACCIONARIO

Efectuemos las sumas o restas que a continuación se plantean, utilizando el mecanismo recientemente visto.

1. $3+\frac{1}{4}=\frac{12+1}{4}=\frac{13}{4}$
2. $-1+\frac{2}{3}=\frac{-3+2}{3}=-\frac{1}{3}$
3. $2-\frac{1}{5}=\frac{10-1}{5}=\frac{9}{5}$
4. $-4-\frac{2}{5}=\frac{-20-2}{5}=-\frac{22}{5}$

Existe un procedimiento para resolverlo mentalmente.

> *"Se multiplica el denominador de la fracción por el número entero y se le suma o resta el numerador de la fracción. Como denominador queda el de la fracción"*

O sea:

$$3+\frac{1}{4}=\overset{[4\cdot 3+1]}{\frac{13}{4}}\ ;\quad -1+\frac{2}{3}=-\overset{[3\cdot(-1)+2]}{\frac{1}{3}}$$

$$2-\frac{1}{5}=\overset{[5\cdot 2-1]}{\frac{9}{5}}\ ;\quad -4-\frac{2}{5}=\overset{[5\ (-4)-2]}{\frac{22}{5}}$$

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/racionales/ejercicios-interactivos-de-suma-y-resta-de-numeros-racionales.html

Actividad 10:
Realice la siguiente actividad.

Resolver las siguientes sumas algebraicas.

a. $\frac{3}{10}-\frac{7}{10}+\frac{1}{10}=$

b. $\frac{5}{18}-\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=$

c. $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{5}{3}=$

d. $\frac{1}{5}-\frac{2}{3}+\frac{1}{10}=$

e. $\frac{7}{9}-\frac{8}{3}-1=$

f. $\frac{1}{4}-\frac{3}{8}+\frac{1}{2}=$

g. $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+2=$

h. $3-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=$

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

¿Cómo se multiplican números racionales?

1° El signo se obtiene aplicando la regla de los signos.

2° El numerador se obtiene multiplicando los numeradores de los números dados.

3° El denominador se obtiene multiplicando los denominadores de los números dados.

¿Cómo resolvería este ejercicio?

$$-\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot(-7)=-\frac{21}{10}$$

Puede ocurrir que la multiplicación de números racionales, se presente la posibilidad de simplificar. Es conveniente hacerlo antes de efectuar el producto.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{3}{\cancel{9}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{8}}}\cdot\left(-\frac{\overset{2}{\cancel{16}}}{\underset{3}{\cancel{15}}}\right)=-\frac{2}{9}$$

Simplificamos:

el 9 con el 3 (por 3)

el 16 con el 8 (por 8)

el 5 con el 15 (por 5)

$$\frac{5}{\underset{4}{\cancel{12}}}\cdot(-\overset{1}{\cancel{5}})\cdot\left(-\frac{\overset{\overset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{18}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{30}}}\right)=\frac{5}{4}$$

Simplificamos:

el 18 con el 30 (por 6)

el 5 con el 5 (por 5)

el 12 con el 3 (por 3)

5) Calcule, **recuerde que en Matemática la palabra "de" significa producto.**

$\frac{2}{3}$ de 504 = $\frac{2}{3}.504=336$

$\frac{3}{5}$ de 750 = $\frac{3}{5}.750=450$

$\frac{1}{100}$ de 1250 = $\frac{1}{100}.1250=\frac{25}{2}$

DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

¿Cómo se procede para dividir dos fracciones?

> *Para dividir dos fracciones basta con multiplicar el dividendo por la fracción inversa del divisor.*

Es decir:

$$\frac{1}{6}:\left(-\frac{7}{5}\right)=\frac{1}{6}\cdot\left(-\frac{5}{7}\right)=-\frac{5}{42}$$

Como la división se transformó en una multiplicación, no necesitamos aprender de qué forma se simplifica en una división pues, bastará simplificar en el segundo paso, como corresponde a una multiplicación.

Veamos algunos ejemplos:

a. $\frac{9}{10}:\left(-\frac{6}{25}\right)=\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{10}}}\cdot\left(-\frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{2}{\cancel{6}}}\right)=-\frac{15}{4}$

b. $14:\left(-\frac{21}{12}\right)=\overset{2}{\cancel{14}}\cdot\left(-\frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{21}}}\right)=-8$

c. $-\frac{16}{15}:(-12)=-\frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{15}\cdot\left(-\frac{1}{\underset{3}{\cancel{12}}}\right)=\frac{4}{45}$

d. $\frac{3}{4}:2=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$

Actividad 11:
Realice las siguientes actividades.

1) Efectuar las siguientes multiplicaciones:

¡No olvide simplificar previamente!

a. $\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)=$

b. $-\frac{3}{10}\cdot\left(-\frac{5}{9}\right)=$

c. $\frac{4}{3}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)=$

d. $\frac{9}{10}\cdot(-5)\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)=$

e. $\frac{14}{5}\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)\cdot 15=$

2) Efectuar las siguientes divisiones:

¡No olvide simplificar previamente!

a. $-\frac{3}{2}:\left(-\frac{9}{5}\right)=$

b. $\frac{10}{3}:\left(-\frac{5}{9}\right)=$

c. $\frac{1}{5}:\frac{3}{25}=$

d. $\frac{4}{7}:(-2)=$

e. $-9:\left(-\frac{3}{2}\right)=$

3) Resolver aplicando la propiedad distributiva. (Recuerde que este tema, Ud. lo trabajó con números enteros)

a. $\left(-\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)=$

b. $\left(-2+\frac{4}{3}-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)=$

c. $\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}+\frac{4}{9}\right)\cdot(-6)=$

d. $\left(-\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right):\frac{1}{2}=$

e. $\left(1+\frac{5}{7}\right):\left(-\frac{3}{14}\right)=$

f. $\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{10}-\frac{1}{15}\right):\left(-\frac{2}{5}\right)=$

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/racionales/ejercicios-interactivos-de-multiplicacion-y-division-de-numeros-racionales.html

PORCENTAJE

¿Qué es un porcentaje?

Una forma de expresar una fracción o parte del entero, tomando como entero el 100%.

Por ejemplo, si quiero decir que una determinada parte del alumnado del Aula 1 son mujeres, puedo decir, que el 36% de los alumnos del Aula 1 son mujeres. Si fueran todas mujeres, diría que el 100% de los alumnos del Aula 1 son mujeres. Si ninguna fuera mujer, entonces diría que el 0% son mujeres.

¿Cómo se calculan los porcentajes?

Calculemos el 25% DE 120

1° Forma:

Reemplazamos el **"%"** por una fracción de 100 y el **"de"** por un "por"

Entonces:

$$25\% \quad \text{de} \quad 120 \quad =$$

$$\frac{25}{100} \quad . \quad 120 \quad =$$

Resolvemos el producto, simplificando.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{25}}}{\underset{\underset{1}{4}}{\cancel{100}}}.\overset{30}{\cancel{120}} = 30$$

Decimos como respuesta que el 25% de 120 nos dio como resultado 30.

2° Forma:

Usamos la regla de tres simples.

Calculamos el 25% de 120 planteando:

100% ⟶ 120

25% ⟶ $x = \frac{25\cancel{\%}.120}{100\cancel{\%}} = 30$

Observamos que el resultado es el mismo.

Hay otros cálculos de porcentajes como, por ejemplo:

- Una cantidad **AUMENTADA**

Por ejemplo, compramos un celular que cuesta $2500. Si abonamos con tarjeta de crédito tenemos un recargo del 15%. ¿Cuál es el precio que vamos a abonar el celular?

Si me recargan el 15% significa que al 100% le sumamos el 15% quedando 115%, por lo tanto, debemos calcular el 115% de 2500.

Expresando en fracción $\frac{115}{100}.2500 = 2875$ significa que el valor del celular con el 15% de recargo es de $ 2875.

- Una cantidad **DESCONTADA**

Por ejemplo, si compramos el mismo celular que cuesta $ 2500, y al abonarlo en efectivo nos hacen un descuento del 10%. ¿Cuál será el precio del celular?

En este caso al descontarnos el 10% debemos calcular el 90% (100%-10%), entonces debemos calcular el 90% de 2500.

Expresando en fracción $\frac{90}{100}.2500 = 2250$ significa que el valor del celular con el 10% de descuento es de $ 2250.

Actividad 12:
Realice las siguientes actividades.

1)Calcular los siguientes porcentajes:

a. El 10% de 120
b. El 30% de 80
c. El 45% de 180
d. El 70% de 150

2) Resolver los siguientes problemas:

a. Si en una compra de $120, me hacen un 5% de descuento. ¿C uál es el monto final de la compra?
b. Un televisor cuesta $12000 y se lo vende en 6 cuotas fijas, con un recargo del 10%. ¿Cuál es el valor de cada cuota?
c. Se compra un producto de $2000 en 12 cuotas fijas con un recargo del 14%. ¿Cuál es el valor de cada cuota?

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/proporcionalidad/ejercicios-y-problemas-resueltos-de-porcentajes.html

POTENCIACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

¿Cómo resolvería $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ *?*

Recuerde que un número fraccionario está expresando una división.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$$

(Aplicamos la propiedad distributiva de la potenciación con respecto a la división).

Tenga presente que: **El paréntesis indica que el exponente afecta tanto al *2* como al *3*.**

¿Qué regla aplicaría para resolver una potencia de exponente negativo?

$$2^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4}$$

Para resolver una potencia de exponente negativo, se invierte la base y se eleva a un exponente de igual valor absoluto, pero signo positivo.

¿Cómo lo expresaría en forma literal (es decir, cómo lo generalizaría)?

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

Ejemplos:

a. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2} = \frac{16}{9}$

b. $(-3)^{-4} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{4} = \frac{1}{81}$

c. $(-2)^{-7} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{7} = -\frac{1}{128}$

A continuación realizaremos una actividad integradora. Recuerde que las respuestas las encontrará en la parte final del módulo en el apartado **"Actividades (Respuestas)"**.

Actividad 13:
Realice las siguientes actividades.

1) Resolver las siguientes potencias

a. $\left(-\frac{1}{3}\right)^{5} =$

b. $\left(\frac{3}{4}\right)^{3} =$

c. $\left(-\frac{2}{3}\right)^{4} =$

d. $\left(-\frac{1}{10}\right)^{5} =$

e. $\left(-\frac{1}{6}\right)^{2} =$

f. $\left(\frac{1}{2}\right)^{6} =$

g. $\left(-\frac{1}{5}\right)^3 =$

h. $\left(\frac{1}{10}\right)^3 =$

2) Resolver los siguientes ejercicios aplicando propiedades:

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 =$

b. $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$

c. $\left(\frac{1}{4}\right)^8 : \left(\frac{1}{4}\right)^5 =$

d. $\left(\frac{1}{4}\right)^8 : \left(\frac{1}{4}\right)^5 =$

e. $\left(-\frac{9}{10}\right)^5 : \left(-\frac{9}{10}\right)^5 =$

3) Resolver las siguientes potencias de exponente negativo:

a. $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3} =$

b. $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-7} =$

c. $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-7} =$

d. $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-4} =$

e. $\left(\frac{7}{10}\right)^{-1} =$

f. $(-4)^{-3} =$

RADICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Si deseamos resolver la raíz de un número racional, bastará con aplicar la propiedad distributiva de la radicación con respecto a la división.

Por ejemplo:

$\sqrt{\frac{25}{36}} = \pm\frac{5}{6}$; $\sqrt[3]{-\frac{125}{8}} = -\frac{5}{2}$

$\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \pm\frac{2}{3}$; $\sqrt{\frac{81}{16}} = \pm\frac{9}{4}$

$\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = -\frac{1}{2}$; $\sqrt[3]{-\frac{1000}{27}} = -\frac{10}{3}$

Actividad 14:

Resolver las siguientes raíces:

a. $\sqrt{81} =$

b. $\sqrt[3]{-125} =$

c. $\sqrt{\frac{9}{100}} =$

d. $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} =$

e. $\sqrt[4]{\frac{1}{10000}} =$

f. $\sqrt[7]{-\frac{1}{128}} =$

g. $\sqrt{\frac{49}{25}} =$

2) Resolver aplicando la propiedad distributiva siempre que sea posible:

a. $\sqrt{36 + 64} =$

b. $\sqrt[3]{8 \cdot (-27)} =$

c. $\sqrt[4]{625 \cdot 16} =$

d. $\sqrt[3]{8 \cdot (-27)} =$

e. $\sqrt{\frac{1}{36} : \frac{9}{49}} =$

f. $\sqrt[3]{-\frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{64}{27}\right)} =$

g. $\sqrt[5]{-\frac{1}{32} : \left(-\frac{243}{100000}\right)} =$

3) Resolver aplicando las propiedades de la radicación

a. $\sqrt[3]{-2}\ \ \sqrt[3]{4} =$

b. $\sqrt[4]{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{4}} =$

c. $\sqrt{\frac{8}{9}} \cdot \sqrt{2} =$

d. $\sqrt[3]{-\frac{1}{81}} : \sqrt[3]{-\frac{1}{3}} =$

EJERCICIOS COMBINADOS

Resolveremos ejercicios combinando las seis operaciones con números racionales:

a. Separamos en términos:

$$\underbrace{\frac{\overset{\overset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{4}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{6}}} \cdot \left(-\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right)} - \underbrace{\frac{3}{2}} + \underbrace{\frac{1}{4} : \left(-\frac{1}{3}\right)} - \underbrace{1} =$$

b. Transformamos el cociente en producto, simplificamos en cada término y resolvemos los productos

$$= -1 - \frac{3}{2} + \frac{1}{4} \cdot (-3) - 1 =$$

$$= -1 - \frac{3}{2} - \frac{3}{4} - 1 =$$

c. Finalmente resolvemos la suma algebraica:

$$= \frac{-4-6-3-4}{4} = -\frac{17}{4}$$

1. $\frac{2}{21} \cdot \left(\frac{3}{2} - 1 + \frac{5}{4}\right) - \frac{5}{6} : \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right) =$

En este ejercicio, primero debemos resolver los paréntesis (no podemos suprimirlos pues no tenemos sólo sumas y restas, sino que hay productos y cocientes).

$$= \frac{2}{21} \cdot \left(\frac{6-4+5}{4}\right) - \frac{5}{6} : \left(\frac{3-2}{9}\right) =$$

Separamos en términos:

$$\underbrace{\frac{2}{21} \cdot \frac{7}{4}} - \underbrace{\frac{5}{6} : \frac{1}{9}} =$$

Transformamos el cociente en producto y simplificamos:

$$\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{21}_{3}}\cdot\frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{4}_{2}}-\frac{5}{\cancel{6}_{2}}\cdot\cancel{9}^{3}=$$

Resolvemos los productos y finalmente la resta. Simplificamos el resultado.

$$\frac{1}{6}-\frac{15}{2}=\frac{1-45}{6}=-\frac{\cancel{44}^{22}}{\cancel{6}_{3}}=-\frac{22}{3}$$

2. $$\underbrace{\sqrt{\frac{16}{81}}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}-\underbrace{\left(-\frac{4}{5}\right)^{2}:\left(-\frac{2}{5}\right)^{3}}$$

5º Separamos en términos.

6º Resolvemos las potencias y las raíces (siempre que los paréntesis no indiquen lo contrario).

7º Efectuamos los productos y cocientes.

8º Resolvemos la suma algebraica.

$$\underbrace{\frac{\cancel{4}^{\cancel{2}^{1}}}{\cancel{9}_{3}}\cdot\left(-\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{2}_{1}}\right)\cdot\left(-\frac{1}{\cancel{2}_{1}}\right)}-\underbrace{\frac{16}{25}:\left(-\frac{8}{125}\right)}=$$

$$=\underbrace{\frac{1}{3}}-\underbrace{\frac{\cancel{16}^{2}}{\cancel{25}_{1}}\cdot\left(-\frac{1\cancel{25}^{5}}{\cancel{8}_{1}}\right)}=$$

$$=\frac{1}{3}+10=\underline{\underline{\frac{31}{3}}}$$

3. $$\underbrace{\frac{4}{3}\cdot\sqrt[3]{-1+\frac{7}{8}}\cdot 2^{-1}}-\underbrace{\left(\frac{3}{4}-1\right)^{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{64}{27}}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^{-1}}=$$

En este caso para poder extraer la raíz, primero debemos resolver la suma algebraica (pues la radicación no es distributiva con respecto a la suma ni a la resta). Esto mismo ocurre con la suma algebraica elevada al cuadrado del segundo término.

$$=\underbrace{\frac{4}{3}\cdot\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}\cdot\frac{1}{2}}-\underbrace{\left(-\frac{1}{4}\right)^{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)}=$$

Resolvemos las potencias y raíces que faltan y continuamos como en los casos anteriores.

$$=\underbrace{\frac{\cancel{4}^{\cancel{2}^{1}}}{3}\cdot\left(-\frac{1}{\cancel{2}_{1}}\right)\cdot\frac{1}{\cancel{2}_{1}}}-\underbrace{\frac{1}{\cancel{16}_{\cancel{8}_{2}}}\cdot\frac{\cancel{4}^{1}}{3}\cdot\left(-\frac{\cancel{2}^{1}}{3}\right)}=$$

$$=-\frac{1}{3}+\frac{1}{18}=\frac{-6+1}{18}=\underline{\underline{-\frac{5}{18}}}$$

Actividad 15:
Realice las siguientes actividades.

Resolver los siguientes ejercicios combinados:

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 . \sqrt[3]{-\frac{1}{125}}.(-5)+\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \sqrt[4]{\frac{81}{16}} =$

b. $\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\cdot\sqrt{\frac{1}{9}}-\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{4}{3}+\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}=$

c. $-\frac{1}{3}\cdot\sqrt[3]{-\frac{1}{125}}\cdot\sqrt{\frac{9}{4}}-\left(-\frac{3}{2}\right)^2\cdot\sqrt{\frac{1}{25}}\cdot(3)^{-1}=$

d. $\left(-\frac{3}{2}\right)^2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^3+\sqrt{\frac{1}{4}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\cdot\sqrt[4]{16}-\left(1-\frac{1}{2}\right)^2=$

e. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}:\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}+\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt[3]{-\frac{1}{9}}+\left(1-\frac{1}{3}\right)^2=$

f. $\sqrt[3]{-1+\frac{28}{27}}-\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\sqrt[3]{\frac{64}{27}}-\left(1-\frac{2}{3}\right)^2=$

g. $\frac{1}{2}:\left(-\frac{3}{4}\right)+\left[-\frac{1}{4}+1:\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]-\frac{5}{4}\sqrt[3]{-3-\frac{3}{8}}=$

h. $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right).\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{6}\right)=$

i. $\frac{2}{3}.\left(1-\frac{1}{5}:\frac{3}{10}\right)=$

j. $\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}{\sqrt[3]{-1+\frac{26}{27}}}-\left[2-\frac{1}{2}.(-2)^2\right]:\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}+\frac{2}{1-\frac{3}{4}}=$

k. $(-2)^3:2+(4-5)^5-\left[\frac{1}{5}\right]^2+\left[-\frac{2}{5}\right]:\left(-\frac{1}{5}\right)=$

l. $[5-3.(-1)]^2+\left[\frac{61}{10}.(-3)+5\right]^0=$

m. $\left(\left(\frac{3}{10}\right)^2-2.\frac{5}{4}\right).10+\left[3^2+2.(-6)\right]^3-3^5:3^4=$

n. $\sqrt[3]{1-\frac{7}{8}}-\sqrt{\frac{2}{9}}.\sqrt{2}-\left(-\frac{2}{5}\right)=$

o. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}.\sqrt{1-\frac{24}{25}}=$

p. $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}:\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\right].\left(\frac{1}{2}\right)^{6}+\sqrt[5]{\left(-\frac{3}{2}\right)^{10}}=$

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/racionales/ejercicios-resueltos-y-problemas-de-numeros-racionales-ii.html

NÚMEROS DECIMALES

Antes de comenzar este tema le sugerimos repasar el concepto de fracción decimal

¿Cómo lee las siguientes fracciones decimales?

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{1000}$
un décimo	un centésimo	un milésimo	un diez milésimo

¿Cómo expresaría cada una de las fracciones anteriores en forma aparentemente entera?

> *Tenga presente que una fracción indica una división entre numerador y denominador*

$\frac{1}{10}=$ **0,1** $\quad$ $\frac{1}{100}=$ **0,01** $\quad$ $\frac{1}{1000}=$ **0,001** $\quad$ $\frac{1}{1000}=$ **0,0001**

¿Qué clase de números obtuvo?

Números decimales exactos.

Expresamos en forma de número decimal las siguientes fracciones decimales.

$\frac{3}{1\underbrace{00}} = 0,\underbrace{03}$ 2 ceros 2 lugares

$\frac{83}{1\underbrace{0}} = 8,\underbrace{3}$ 1 cero 1 lugar

$\frac{51}{1\underbrace{0000}} = 0,\underbrace{0051}$ 4 ceros 4 lugares

$\frac{1293}{1\underbrace{000}} = 1,\underbrace{293}$ 3 ceros 3 lugares

$\frac{8761}{1\underbrace{00000}} = 0,\underbrace{08761}$ 5 ceros 5 lugares

Procure escribir una regla práctica para expresar una fracción decimal en forma de número decimal.

> *Para expresar una fracción decimal en forma de número decimal:*
>
> *1° Se escribe el numerador.*
> *2° Se coloca la coma dejando detrás tantos lugares como ceros tenga el denominador (si no alcanzan las cifras, se agregan ceros como lo indica el ejemplo).*

Transformaremos un número decimal exacto en fracción decimal.

Procure escribir una regla práctica para expresar un número decimal exacto en forma de fracción decimal.

> *Para expresar un número decimal exacto en forma de fracción decimal:*
>
> *1° Se escribe como numerador el número sin la coma.*
> *2° Se coloca como denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras detrás de la coma tenga.*

$3,\underbrace{7} = \frac{37}{1\underbrace{0}}$ 1 lugar 1 cero

$0,\underbrace{0051} = \frac{51}{1\underbrace{0000}}$ 4 lugares 4 ceros

$7,\underbrace{351} = \frac{7351}{1\underbrace{000}}$ 3 lugares 3 ceros

$0,\underbrace{17} = \frac{17}{1\underbrace{00}}$ 2 lugares 2 ceros

Exprese como fracción decimal:

$0,023 = \frac{23}{1000}$ $1,7 = \frac{17}{10}$

$54{,}93 = \dfrac{5493}{100}$ $\qquad$ $0{,}0019 = \dfrac{19}{10000}$

Un número decimal está formado por:

$$\underbrace{31}_{\text{parte entera}}\overset{\downarrow\ \text{coma}}{,}\underbrace{471}_{\text{parte decimal}}$$

¿Cómo leemos las siguientes fracciones y números decimales?

$\dfrac{1}{10}$ se lee un décimo $\quad$ 0,1 → **se lee un décimo**

$\dfrac{1}{100}$ se lee un centésimo $\quad$ 0,01 → **se lee un centésimo**

$\dfrac{1}{1000}$ se lee un milésimo $\quad$ 0,001 → **se lee un milésimo**

$\dfrac{1}{10000}$ se lee un diez milésimo $\quad$ 0,0001 → **se lee un diez milésimo**

Escriba el nombre de cada una de las cifras que forman el número decimal dado, teniendo en cuenta su ubicación.

7,365

7 enteros ← 7

5 → 5 milésimos

6 → 6 centésimos

3 → 3 décimos

¿Cómo lee los siguientes números?

$\dfrac{3}{10}$ = Tres décimos.

$\dfrac{181}{100}$ = Ciento ochenta y un centésimos.

$\frac{11}{100}$ = Once centésimos

$\frac{19}{1000}$ = Diecinueve milésimos.

$\frac{57}{100000}$ = Cincuenta y siete cien milésimos.

0,18 = dieciocho centésimos.

3,151 = tres enteros ciento cincuenta y un milésimos.

71,3 = setenta y un enteros tres décimos.

0,031 =treinta y un milésimos.

¿Cómo podemos determinar cuál es el mayor entre los siguientes pares de números decimales?

a. 7,3 y 6,297
   7,3 > 6,297
   Pues al comparar la parte entera, el 7 > 6.

b. 5,63 y 5,98
   5,98 > 5,63
   Como tienen la misma parte entera, debemos comparar los décimos, 9> 6.

c. 3,09 y 3,092
   3,092 > 3,09
   Como tienen la misma parte entera, los mismos décimos y los mismos centésimos, debemos comparar los milésimos, 2 > 0.

¿Se planteó alguna vez esta curiosidad?

"¿Por qué los ceros detrás de la coma no tienen valor, siempre que sean los últimos números?"

Analicemos este ejemplo:

3,69 = 3,690

Transformemos ambos números en fracción.

3,69 = $\frac{369}{100}$ 3,690 = $\frac{3690}{1000}$

Simplificando numerador y denominador en la segunda fracción, obtenemos dos fracciones iguales.

Por eso:

3,69 = 3,690

De allí que los ceros detrás de la coma no tienen valor (siempre que sean los últimos números).

Comencemos a operar con números decimales.

En cada operación encontrará la justificación del procedimiento.

¿Cómo resolvería los siguientes productos?

7,35 x 10 = 73,5

3,2 x 1000 = 3200

0,0418 x 100 = 4,18

5,78 x 100 = 578

Justifiquemos cada uno de los resultados.

Para ello, pasemos los números decimales a fraccionarios y multipliquemos.

$$7{,}35 = \frac{735}{100}$$

$$\boxed{7{,}35 \text{ x } 10} = \frac{735}{10\cancel{0}} \cdot 1\cancel{0} = \frac{735}{10} = \boxed{73{,}5}$$

$$0{,}0418 = \frac{418}{10000}$$

$$\boxed{0{,}0418 \text{ x } 100} = \frac{418}{100\cancel{0}\cancel{0}} \cdot 1\cancel{0}\cancel{0} = \frac{418}{100} = \boxed{4{,}18}$$

$$3{,}2 = \frac{32}{10}$$

$$\boxed{3{,}2 \text{ x } 1000} = \frac{32}{1\cancel{0}} \cdot 100\cancel{0} = \boxed{3200}$$

$$5{,}78 = \frac{578}{100}$$

$$\boxed{5{,}78 \text{ x } 100} = \frac{578}{1\cancel{0}\cancel{0}} \cdot 1\cancel{0}\cancel{0} = \boxed{578}$$

$3{,}2 = \frac{32}{10}$

$\boxed{3{,}2 \times 1000} = \frac{32}{1\cancel{0}} \cdot 100\cancel{0} = \boxed{3200}$

$5{,}78 = \frac{578}{100}$

$\boxed{5{,}78 \times 100} = \frac{578}{1\cancel{00}} \cdot 1\cancel{00} = \boxed{578}$

Resuelva mentalmente las siguientes multiplicaciones:

0,763 x 100 = 76,3

31,9 x 100 = 3190

31,2 x 1000 = 31200

0,0018 x 10 = 0,018

7,6 x 10 = 76

1,5 x 1000 = 1500

¿Cómo procede para multiplicar un número decimal por la unidad seguida de ceros?

> *Para multiplicar un número decimal por la unidad seguida de ceros, se corre la coma hacia la derecha, tantos lugares como ceros tiene el multiplicador. Si no alcanzan los lugares, se completa con ceros.*

Resuelva las siguientes divisiones:

19,2 : 10 = 1,92

1248,2 : 100 = 12,482

236,43 : 1000 = 0,23643

0,17 : 1000 = 0,00017

Justifique los resultados obtenidos.

$\boxed{19{,}2 : 10} = \frac{192}{10} : 10 = \frac{192}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{192}{100} = \boxed{1{,}92}$

$\boxed{236{,}43 : 1000} = \frac{23643}{100} : 1000 = \frac{23643}{100} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{23643}{100000} = \boxed{0{,}23643}$

$\boxed{1248{,}2 : 100} = \frac{12482}{10} : 100 = \frac{12482}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{12482}{1000} = \boxed{12{,}482}$

$\boxed{0{,}17 : 1000} = \frac{17}{100} : 1000 = \frac{17}{100} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{17}{10000} = \boxed{0{,}00017}$

¿Cómo procede para dividir un número decimal por la unidad seguida de ceros?

Para dividir un número decimal por la unidad seguida de ceros, se corre la coma hacia la izquierda tantos lugares como ceros tenga el divisor. Si es necesario, se completa con ceros.

Actividad 16:
Realice las siguientes actividades.

1) La fracción decimal del número 0,0003 es:

a. $\frac{3}{10}$ ( )

b. $\frac{3}{100}$ ( )

c. $\frac{3}{1000}$ ( )

d. Ninguna de las alternativas anteriores es correcta. ( )

2) Expresar como número decimal las siguientes fracciones:

a. $\frac{7}{100}$

b. $\frac{149}{10}$

a. $\frac{11}{1000}$

b. $\frac{3007}{100}$

c. $\frac{127}{100}$

d. $\frac{9}{10000}$

3)Expresar como fracción decimal los siguientes números decimales:

a. 0,7

b. 2,9

c. 17,71

d. 0,01.

e. 11,3

f. 0,0149

4) Colocar el signo >, < o = según corresponda:

a. 17,3 17,09
b. 0,035 0,04
c. -3,1 3,1
d. 0,05 0,0486
e. 7,6 -15,8
f. 0,13 0,098
g. 2,508 2,51

¿Cómo resolvería la siguiente suma de números decimales?

3,1 + 0,23 + 5,19 =

3,1

\+ 0,23

5,19

$\boxed{8,52}$

Justifiquemos el resultado que obtuvo:

Recuerde que:

$3,1 = \frac{31}{100}$

$0,23 = \frac{23}{100}$

$5.19 = \frac{519}{100}$

Sumemos los números fraccionarios.

$$\frac{31}{10} + \frac{23}{100} + \frac{519}{100} = \frac{310 + 23 + 519}{100} = \frac{852}{100}$$

Expresemos el resultado como número decimal.

$\frac{852}{100} = 8,5$ Coincide con el que Ud. obtuvo al sumar números decimales directamente.

Para sumar números decimales no olvide encolumnar las comas.

Resuelva la siguiente suma:

0,24 + 125 + 3,2 = 128,44 (El número entero se ubica debajo de la parte entera)

$$\begin{array}{r} 0{,}24 \\ 125 \\ 3{,}2 \\ \hline 128{,}44 \end{array}$$

¿Cómo resolvería y justificaría la siguiente resta de números decimales?

$$\begin{array}{lr} & 8{,}25 \\ - & 6{,}1 \\ \hline & \boxed{2{,}15} \end{array}$$

$$\frac{825}{100}-\frac{61}{10}=\frac{825-610}{100}=\frac{215}{100}=\boxed{2{,}15}$$

¿Cómo resta 2,8 - 1,603?

$$\boxed{\begin{array}{lr} & \mathbf{2{,}800} \\ - & \mathbf{1{,}603} \\ \hline & \mathbf{1{,}197} \end{array}}$$

Recuerde que:

Para restar números decimales,
a. Debe encolumnar las comas.

b. Si faltan, debe igualar con ceros las cifras decimales en el minuendo.

c. Si el minuendo es un número entero y el sustraendo, decimal, colóquele la coma al entero y complete con ceros.

Efectúe las siguientes restas:

a. 17,3 – 1,938 = **15,362**

$$\begin{array}{lr} & \mathbf{17{,}300} \\ - & \mathbf{1{,}938} \\ \hline & \mathbf{15{,}362} \end{array}$$

b. 0,6 – 0,019 = **0,581**

$$\begin{array}{lr} & \mathbf{0{,}600} \\ - & \mathbf{0{,}019} \\ \hline & \mathbf{0{,}581} \end{array}$$

c. 5 – 0,75 = **4,25**

$$\begin{array}{lr} & \mathbf{5{,}00} \\ - & \mathbf{0{,}75} \end{array}$$

4,25

¿Cómo resolvería el siguiente producto de números decimales?

3,28 x 1,2 = 3,936

$$\begin{array}{r} \mathbf{3{,}28} \\ \mathbf{\times\ 1{,}2} \\ \hline \mathbf{656} \\ \mathbf{328} \\ \hline \mathbf{3{,}936} \end{array}$$

Justifiquemos el resultado que obtuvo

$$\left.\begin{array}{l} 3{,}28 = \dfrac{328}{100} \\ \\ 1{,}2 = \dfrac{12}{10} \end{array}\right\} \quad \frac{328}{100} - \frac{12}{10} = \frac{3936}{1000} = 3{,}936$$

> ***Aclaración:*** *En este caso no simplificamos, pues es conveniente que el resultado sea una fracción decimal para expresarla más fácilmente como número decimal.*

Recuerde que:

> Para multiplicar números decimales.
> a. Debe efectuar el producto como si fueran números enteros.
>
> b. Colocar la coma dejando a la derecha tantos lugares como cifras decimales tengan el multiplicando y el multiplicador juntos.
> Veamos ahora la operación división

Analicemos cada caso:

a. Dividamos dos números enteros:

$$\begin{array}{l|l} 35 & 12 \\ \cline{2-2} 11 & 2 \end{array}$$

El resto es distinto de cero, por lo tanto, si desea obtener un resultado más aproximado se agrega un cero en el resto, la coma en el cociente, y se continúa dividiendo.

35	12
110	2,9
02	

Así obtuvimos los décimos.

Agregando otro cero obtendremos los centésimos y así sucesivamente.

35	12	
110	2,91	
020		Centésimo
08		

35	12	
110	2,916	
020		Milésimo
80		
08		

Consideremos los resultados obtenidos:

2 - 2,9 - 2,91 - 2,916

Cualquiera de ellos es aproximado pues podríamos obtener más cifras decimales pero, ¿cuál de éstos es el más preciso?

2,916

En estos casos decimos que cometemos el siguiente error ($\in$):

Si el resultado es 2 el $\in < 1$

Es decir, el error es menor que un entero (ya que el entero lo conocemos, es 2, por lo tanto, en esta cifra no hay error).

Si el resultado es 2,9 el $\in < 0{,}1$

Es decir, el error es menor que un décimo (ya que el décimo lo conocemos, es 9)

Si el resultado es 2,91 el $\in < 0{,}01$

Es decir, el error es menor que un centésimo (ya que el centésimo fue calculado, es 1).

Si el resultado es 2,916 el $\in < 0{,}001$

Es decir, el error es menor que un milésimo.

Por lo tanto, cuando debamos efectuar cocientes debemos prestar atención al error solicitado.

Ejemplo:

- 153 : 8 con $\in < 0{,}01$

153	8	
73	19,12	$\in < 0{,}01$
10		Esto nos indica que debemos expresar el resultado hasta los centésimos.
20		
4		

- 37 : 9 con $\in < 0{,}1$

37	9	
10	4,1	$\in < 0{,}1$
1		

b. Dividamos un número decimal por un número entero**:**

Existen distintas formas de resolver los casos de división en los que intervienen números decimales.

Elegimos la siguiente por considerarla más simple (aunque, a veces, tenga que dividir por cifras más grandes)

Ud. puede utilizar la que desee...

Sea dividir:

13,27 : 6 con $\in < 0{,}01$

Este cociente puede expresarse:

$$\frac{13{,}27}{6}$$

Si multiplicamos, dividendo y divisor por un mismo número el resultado no varía.

En este caso elegimos multiplicar y dividir por 100, pues es el número que nos va a transformar el 13,27 en un número entero.

$$\frac{13{,}27}{6} \cdot \frac{100}{100} = \frac{1327}{600}$$

Ahora estamos en condiciones de resolver el cociente pues este caso lo vimos en a.

1327	600	
1270	2,21	$\in < 0{,}01$
700		Bajamos dos decimales pues el $\in < 0{,}01$
100		

Por lo tanto,

> *Para dividir un número decimal por un número entero, bastará con multiplicar el dividendo y el divisor por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el dividendo.*

c. Dividamos un número entero por un entero decimal:

Sea dividir:

35 : 1,2 con $\in < 0,1$

Este cociente puede expresarse:

$$\frac{35}{1,2}$$

Si multiplicamos dividendo y divisor por un mismo número, el resultado no varía.

Entonces, elegimos multiplicar por 10 pues esto nos permite obtener un número entero en el divisor (es decir, eliminar la coma)

$$\frac{35}{1,2} \cdot \frac{10}{10} = \frac{350}{12}$$

De resolver el cociente pues este caso lo vimos en a.

Ahora estamos en condiciones de resolver el cociente pues este caso lo vimos en a.

350	12	
110	29,1	$\in < 0,1$
020		Bajamos 1 decimal pues el $\in < 0,1$
8		

Por lo tanto.

> *Para dividir un número entero por un número decimal, bastará con multiplicar el dividendo y el divisor por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga el divisor.*

d. Dividamos dos números decimales entre sí:

a. 7,5 : 3,7 con $\in < 0,01$

Este cociente puede expresarse:

$$\frac{7,5}{3,7}$$

Para eliminar las comas procedemos como en los casos anteriores. Es decir, multiplicamos dividendo y divisor por la unidad seguida de ceros que nos convenga.

En este caso multiplicaremos por 10 pues ambos números tienen una cifra decimal.

$$\frac{7,5}{3.7} \cdot \frac{10}{10} = \frac{75}{37}$$

75	37	
100	2,02	$\in < 0,01$
26		

b. Sea dividir.

0,017 : 0,2 $\in < 0,01$

En este caso, debemos multiplicar a ambos números por 1000 pues el número de más cifras decimales, es el dividendo.

Entonces:

$$\frac{0{,}017}{0{,}2} \cdot \frac{1000}{1000} = \frac{17}{200}$$

$$\begin{array}{r|l} 1700 & 200 \\ \hline 100 & 0{,}08 \end{array} \qquad \in\ < 0{,}01$$

c. Sea dividir

2,1 : 0,09 ∈ < 0,1

En este caso, debemos multiplicar por 100 pues el número de más cifras decimales, es el divisor.

$$\frac{2{,}1}{0{,}09} \cdot \frac{100}{100} = \frac{210}{9}$$

$$\begin{array}{r|l} 210 & 9 \\ \hline 30 & 23{,}3 \\ 30 & \\ 3 & \end{array} \qquad \in\ < 0{,}1$$

Por lo tanto:

> *Para dividir dos números decimales entre sí, bastará con multiplicar al dividendo y al divisor por la unidad seguida de tantos ceros, como cifras decimales tenga el número (dividendo o divisor) de mayor cantidad de cifras decimales.*

Recuerde

> Las multiplicaciones por la unidad seguida de ceros las puede resolver mentalmente.

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/decimales/ejercicios-interactivos-de-suma-y-resta-de-numeros-decimales.html

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/decimales/ejercicios-interactivos-de-multiplicacion-de-numeros-decimales.html

Actividad 17:
Realice las siguientes actividades.

1) Resolver las siguientes sumas y restas:

a. 0,5 + 1,3 =

b. 3,4 + 0,25 =

c. 1,7 – 0,8 =

d. 0,8 + 1 =

e. 21 – 3,4 – 0,8 =

f. 4,15 – 1,3 + 4 =

g. 0,81 – 0,75 =

h. 8 – 0,6 + 0,1 =

i. 25,6 + 9,6 – 0,3 =

2) Resolver las siguientes multiplicaciones:

a. 0,3 . 0,5 =

b. 3,1 . 0,02 =

c. 2,4 . 0,001 =

d. 15 . 0,3 =

e. 0,06 . 0,3 . (- 2) =

f. 4,2 . (- 0,03) =

g. 1,1 . (- 0,5) =

h. 2,3 . (- 0,2) . 4 =

i. 0,06 . (- 0,3) . (- 5) =

j. 3,4 . (- 0,1) . (- 0,05) =

3) Efectuar las siguientes divisiones con el error indicado en cada caso:

a. 48 : 5 =

b. 35 : 6 (ϵ<0,01) =

c. 0,38 : 19 =

d. 8,5 : 4 =

e. 0,06 : 3 =

f. 15 : 0,3 =

g. 4 : 0,06 (ϵ<0,1) =

h. 0,0036 : 1,2 =

i. 1,5 : 0,7 (ϵ<0,1) =

j. 3,21 : 0,8 (ϵ<0,001) =

REDONDEO

Cuando nos piden redondeo, por ejemplo, en décimos (debe tener un número después de la coma): 3,15 debemos colocar 3,2 porque cuando la segunda cifra es 5 o mayor que 5 se coloca en el primer lugar decimal el número superior (en este caso 2).

Si piden con centésimos (debe tener dos números después de la coma), por ejemplo: 3,148 debemos colocar 3,15, como el tercer número es 8 el 4 se aproxima a 5.

Si fuera 3,143 queda 3,14.

Actividad 18:
Realice la siguiente actividad.

1) Redondear en decimos los siguientes números decimales:

a) 2,26 =
b) 12,37 =
c) 3,85 =
d) 9,17 =
e) 6,23 =

2) Redondear en centésimos los siguientes números decimales:

a) 2,256 =
b) 3,158 =
c) 7,235 =
d) 1,198 =
e) 8,254 =

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

Actividad 19:
Realice las siguientes actividades.

a) En el club se eligió la nueva Comisión Directiva. Se presentaron 3 listas: A, B Y C. La lista A obtuvo $\frac{2}{7}$ de los votos; la lista B $\frac{3}{5}$ de los votos; $\frac{1}{10}$ de los socios no concurrió a votar.

¿Qué parte de los votos obtuvo la lista C?

¿Quién ganó?

b) Emiliano hace las 2/5 partes de su tarea, y luego hace las 3/7 partes. ¿Qué parte de su tarea le queda por hacer?

c) las 5/12 partes de 2 docenas de facturas.

d) Ariel tenía $400 y gastó el 10%. Le dio a su hermano el 15% del resto, ¿cuánto le queda?

e) De una tela de 12 m de hicieron 18 remeras. ¿Cuántas remeras se harán de una tela de 14 m?

ACTIVIDADES (RESPUESTAS)

NÚMEROS ENTEROS

Actividad 1:
Realice la siguiente actividad.

Resolver las siguientes sumas algebraicas:

a. $3 - 2 + 7 + 9 - 5 + 1 - 7 =$

$(3+7+9+1) - (2+5+7) =$

$20 - 14 = 6$

b. $4 - 3 + 1 - 2 - 4 + 3 - 7 + 8 + 10 =$

$(4+1+3+8+10) - (3+2+4+7) =$

$26 - 16 = 10$

c. $6 + 4 - 2 - 5 + 1 - 3 - 6 + 9 =$

$(6+4+1+9) - (2+5+3+6) =$

$20 - 16 = 4$

Actividad 2:
Realice las siguientes actividades.

1)Resolver los siguientes ejercicios:

a. $9 + (-5) =$
$9 - 5 = 4$

b. $-4 + (-3) =$
$-4 - 3 = -7$

c. $5 + (+2) =$
$5 + 2 = 7$

d. $4 - (-1) =$
$4 + 1 = 5$

e. $-3 - (+4) =$
$-3 - 4 = -7$

f. $-1 - (-5) =$
$-1 + 5 = 4$

2) Suprimir paréntesis y resolver:

a. $-30 + (-15) =$

$-30 - 15 = -45$

b. $-2 + (-10) =$

$-2 - 10 = -12$

c. $6 + (+10) =$

$6 + 10 = 16$

d. $8 + (-3) =$

8 – 3 = 5

e. – 20 + (– 10) =

- 20 – 10 = - 30

f. 3 – (– 2) =

3+ 2 = 5

g. – 5 – (+ 9) =

- 5 – 9 = - 14

h.– 10 – (– 3) =

- 10 + 3 = - 7

i. (5 – 3 – 9) + 1 – (7 – 3 + 4) =

5 – 3 – 9 + 1 – 7 + 3 – 4 =

(5+1+3) – (3+9+7+4) =

9– 23 = - 14

j.– (– 3 + 1 – 5) + (– 2) – (– 1 + 3) – 5 =

3 – 1 + 5 – 2 + 1 – 3 – 5 =

(3+5+1) – (1+2+3+5) =

9– 11 = -2

k. – (– 2 – 1) + (– 3 + 4) – 6 – (– 3 + 2) =

2 + 1 – 3 + 4 – 6 + 3 – 2 =

(2+1+4+3) – (3+6+2) =

10– 11 = - 1

l.3 – (– 5 – 2) + (– 3 + 4) – 1 – (– 6) =
3 + 5 + 2 – 3 + 4 – 1 + 6 =
(3+5+2+4+6) – (3+1) =
20 – 4 = 16

Actividad 3:
Realice las siguientes actividades.

1) Completar:

1) $24 : (-3) = \boxed{-8}$

2) $-18 : (-6) = \boxed{3}$

3) $\boxed{(-4)} : (-4) = \boxed{1}$

4) $36 : \boxed{(-4)} = -9$

5) $(-3).(-2).(-6) = -36$

6) $(-9). \boxed{(-8)} = 72$

2) Efectuar las siguientes multiplicaciones:

a. $-2 \cdot 5 = -10$

b. $-3 \cdot (-2) = 6$

c. $7 \cdot (-3) = -21$

d. $4 \cdot 9 \cdot (-1) =$

$36.(-1) = -36$

e. $-3 \cdot 4 \cdot (-1) \cdot 2 \cdot (-1) \cdot 3 \cdot (-2) =$

$-12.(-1).2.(-1).3.(-2)=$

$12.2.(-1).3.(-2)=$

$24.(-1).3.(-2)=$

$-24.3.(-2)=$

$-72.(-2)=144$

f. $-1 \cdot (-1) \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$

$1.1.(-1).(-1).(-1)=$

$1.(-1).(-1).(-1)=$

$-1.(-1).(-1)=$

$1.(-1)=-1$

g. $5 \cdot 9 \cdot (-3) \cdot 0 \cdot (-2) \cdot (-32) = 0$ (como uno de los multiplicandos es 0, cero, el resultado es 0)

h. $-10 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot 1 \cdot (-2) =$

$-40.(-3).(-1).1.(-2)=$

$120.(-1).1.(-2)=$

$-120.1.(-2)=$

$-120.(-2)= 240$

i. $-2 \cdot (-4) \cdot (-1) \cdot (+7) \cdot (-3) =$

$8.(-1).7.(-3)=$

$-8.7.(-3)=$

$-56.(-3)= 168$

j. $(+5) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (-1) =$

$-10.(-1).(-2).(-5).(-1)=$

$10.(-2).(-5).(-1)=$

$-20.(-5).(-1)=$

$100.(-1)= -100$

k. $(-4) \cdot (-6) \cdot (-3) =$

$24.(-3)= -72$

l. $2 \cdot (+4) \cdot (-5) \cdot (+3) =$

$8.(-5).3=$

$-40.3= -120$

3) Efectuar las siguientes divisiones:

g. $-15 : (-3) = 5$
h. $8 : (-4) = -2$
i. $-100 : 5 = -20$
j. $-30 : (-10) = 3$
k. $-50 : 5 = -10$
l. $-48 : (-12) = 4$

Actividad 4:
Realice la siguiente actividad.

Resolver aplicando la propiedad distributiva.

a. $(3 - 2 + 1) . 5 =$
$3.5 - 2.5 + 1.5=$
$15 - 10 + 5=$
$5 + 5=10$

b. $(-2 - 1 + 3) . (-2) =$
$-2.(-2) - 1.(-2) + 3.(-2)=$
$4 + 2 - 6=$
$6 - 6= 0$

c. $(7 - 3 + 1) . (-1) =$
$7.(-1) - 3.(-1) + 1(-1)=$
$-7 + 3 - 1=$
$-4 - 1= -5$

d. $(-10 + 8 - 9) . (-2) =$
$-10.(-2) + 8.(-2) - 9.(-2)=$
$20 - 16 + 18 =$
$4 + 18 = 22$

e. $(-5 + 3 - 8 + 4) . (-6) =$
$-5.(-6) + 3.(-6) - 8.(-6) + 4.(-6)=$
$30 - 18 + 48 - 24 =$
$12 + 48 - 24=$
$60 - 24= 36$

f. $(3 + 1) \cdot (2 + 5) =$

$3.2 + 3.5 + 1.2 + 1.5 =$

$6 + 15 + 2 + 5 =$

$21 + 2 + 5 =$

$23 + 5 = 28$

g. $(-4 - 2) \cdot (3 - 5) =$

$(-4).3 + (-4).(-5) + (-2).3 + (-2).(-5) =$

$-12 + 20 - 6 + 10 =$

$8 - 6 + 10 =$

$2 + 10 = 12$

h. $(-2 + 3) \cdot (3 - 1) =$

$(-2).3 + (-2).(-1) + 3.3 + 3.(-1) =$

$-6 + 2 + 9 - 3 =$

$-4 + 9 - 3 =$

$5 - 3 = 2$

Actividad 5:
Realice las siguientes actividades.

Resolver aplicando la propiedad distributiva.

a. $(14 + 28 - 35) : (-7) =$

$14 : (-7) + 28 : (-7) - 35 : (-7) =$

$-2 - 4 + 5 =$

$-6 + 5 = -1$

b. $(-120 + 24 - 36) : (-12) =$

$(-120) : (-12) + 24 : (-12) - 36 : (-12) =$

$10 - 2 + 3 =$

$8 + 3 = 11$

c. $(48 + 64 - 16) : 16 =$

$48 : 16 + 64 : 16 - 16 : 16 =$

$3 + 4 - 1 =$

$7 - 1 = 6$

d. $(75 - 100 - 50) : (-25) =$

$75 : (-25) - 100 : (-25) - 50 : (-25) =$

$-3 + 4 + 2 =$

$1 + 2 = 3$

e. (130 – 390 + 169) : 13 =

130 : 13 – 390 : 13 + 169 : 13 =

10 – 30 + 13 =

- 20 + 13 = -7

f. (121 – 88 + 44 – 110) : (– 11) =

121 : (-11) – 88 :(- 11) – 110 : (- 11) =

- 11 + 8 + 10 =

- 3 + 10 = 7

g. (30 – 40 + 50 + 100) : 10 =
30 : 10 – 40 : 10 + 50 : 10 + 100 : 10 =
3 – 4 + 5 + 10 =
- 1 + 5 + 10 =
4 + 10 = 14

Actividad 6:
Realice las siguientes actividades.

Resolver:

a. 25 : (– 5) – (– 3) . (– 2) . 4 – (– 16) : (– 8) =

-5 – (+24) – (+2) =

-5 – 24 – 2 = - 31

b. 3 . (– 4) – (– 6) : (– 1) + 5 – 3 + 4 : (– 2) =

-12 – (+6) + 5 – 3 + (-2) =

-12 – 6 + 5 – 3 – 2 =

-18 + 5 – 3 – 2 =

-13 – 3 – 2 = - 18

c. – 5 . (– 2) . 3 + 10 : (– 5) – (4 – 3) . 2 + (– 8) : 4 =

30 + (-2) – (+1) . 2 + (-2) =

30 – 2 – 2 – 2 = 24

d. 16 : (– 4) + 5 . (– 3 + 4) – (– 1) . (– 5) + (10 + 5) : (– 5) =

16:(-4)+5.(-3)+5.4 – (-1).(-5) + 10:(-5) + 5:(-5) =

-4 – 15 + 20 – 5 – 2 – 1 =

-19 + 20 - 5 – 2 – 1 =

1 – 5 – 2 – 1 =

-4 – 2 – 1 = - 7

e. (5 + 6 – 1) . (– 3) + (8 – 2) . (– 5 + 3) – (9 – 6) : 3 =
5.(-3)+6.(-3)-1.(-3)+8.(-5)+8.3+(-2).(-5)+(-2).3-9:3-(-6):3=
-15 – 18 + 3 – 40 + 24 + 10 – 6 – 3 + 2=
(3+24+10+2) – (15+18+40+6+3) =
39 – 82 = -43

f. – 5 . (– 3 + 8) . (– 1) – (16 – 4 + 8) : 4 – (5 + 3) . (–9 + 7) =
-5 . 5 . (-1)-16:4-(-4):4-8:4-(+8).(-2)=
25 – 4 + 1 – 2 + 4 =
21 + 1 – 2 + 4 =
23 – 2 + 4 = 25

g. – 35 : (–4 – 1) – (–8 + 1) . (– 1 + 2) + (– 3) . 2 =
-35:(-5) – (-7) . 1 + (-6) =
7 + 7 – 6 = 8

h. 30 : (–3 –3) + 2 – (– 4 + 1) . (– 5 – 2) . (– 10 + 9) =
30:(-6) + 2 – (-3) . (-7) . (-1) =
-5 + 2 – (-21) =
-3 + 21 = 18

i.
$$[20-(-15):(-3)].[(-3).(-6)-(-4)(-2)]=$$
$$[20-5].[18-8]=$$
$$15.10=150$$

j.
$$(-4).[-7+(-3).(-4)]:[(-30):(-2)+(-5)]=$$
$$(-4).[-7+12]:[15-5]=$$
$$(-4).5:10=$$
$$-20:10=-2$$

k.
$$\{35-7.(-4)-16:(-8).(-3)\}.[-12:(-3)]=$$
$$\{35+28-(-2).(-3)\}.4=$$
$$\{35+28-6\}.4=$$
$$57.4=228$$

Actividad 7:
Realice las siguientes actividades.

1) Resolver las siguientes potencias:

h. $(-2)^4$ = 16

i. $(-5)^3$ = - 125

j. $(-1)^{10}$ = 1

k. 10^3 = 1000

l. $(-3)^3 =$ - 27

m. $(-1)^{15} =$ - 1

n. $-3^3 =$ - 27

2) Resolver aplicando propiedades siempre que sea posible:

h. $2^3 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = 32$

i. $(-3)\cdot(-3)^2\cdot(-3) = (-3)^4 = 81$

j. $(-1)^8\cdot(-1)^3\cdot(-1)^2 = (-1)^{13} = -1$

k. $(-4)\cdot(-4)^2\cdot(-4) = (-4)^4 = 256$

l. $3^7 : 3^3 = 3^4 = 81$

m. $(-3)^6 : (-3)^2 = (-3)^4 = 81$

n. $\left[(-2)^3\right]^2 = (-2)^6 = 64$

q. $(3\cdot 2)^3 = 3^3.2^3 = 27.8 = 216$

r. $(2+1)^4 = 3^4 = 81$

s. $(9:3)^2 = 9^2 : 3^2 = 81 : 9 = 9$

t. $[-2\cdot(-4)]^3 = (-2)^3.(-4)^3 = (-8).(-64) = 512$

u. $(7-5)^5 = 2^5 = 32$

v. $[-8:(-4)]^2 = (-8)^2 : (-4)^2 = 64 : 16 = 4$

Actividad 8:
Realice las siguientes actividades.

1) Resolver aplicando la propiedad distributiva y la inversa de la distributiva, en los casos que sea posible:

$a)\sqrt{4.9} = \sqrt{4}.\sqrt{9} = 2.3 = 6$

$b)\sqrt{70+30} = \sqrt{100} = 10$

$c)\sqrt{8-4} = \sqrt{4} = 2$

$d)\sqrt{2}.\sqrt{50} = \sqrt{2.50} = \sqrt{100} = 10$

$e)\sqrt[3]{3}.\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3.9} = \sqrt[3]{27} = 3$

$f)\sqrt{50} : \sqrt{2} = \sqrt{50:2} = \sqrt{25} = 5$

$g)\sqrt[3]{625} : \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{625:5} = \sqrt[3]{125} = 5$

$h)\sqrt{2.50} = \sqrt{100} = 10$

2) Indicar el resultado en el caso que pueda resolverse.

$a)\sqrt[4]{-81} = No existe$

$b)\sqrt{64} = 8$

$c)\sqrt[5]{-32} = -2$

$e)\sqrt[3]{-216} = -6$

$f)\sqrt[3]{64} = 4$

$g)\sqrt[5]{32} = 2$

2) Resolver los siguientes ejercicios combinados.

$a)(-3)^2.(-2).\sqrt[3]{-27} =$
$= 9.(-2).(-3) =$
$= -18.(-3) =$
$= 54$

$b)\sqrt{34-(-5)^2} - (-2)^3 : (-4) =$
$\sqrt{34-25} - (-8) : (-4) =$
$\sqrt{9} - 2 =$
$3 - 2 = 1$

$c)\left[(-7)-(-1)^2\right]^2 : (-2)^3 - (-16) : 2 =$
$\left[(-7)-1\right]^2 : (-8) - (-8) =$
$(-8)^2 : (-8) + 8 =$
$64 : (-8) + 8 =$
$-8 + 8 = 0$

$d)\sqrt{4.(-5)^2} : (-3+1) + (-6)^2 : 3^2 =$
$\sqrt{4.25} : (-2) + 36 : 9 =$
$\sqrt{100} : (-2) + 4 =$
$10 : (-2) + 4 =$
$-5 + 4 = -1$

$e)\sqrt[3]{3.(-10)+(-2)^2 - 1} - 24 : (-2)^3) =$
$\sqrt[3]{-30+4-1} - 24 : (-8) =$
$\sqrt[3]{-27} + 3 =$
$-3 + 3 = 0$

NÚMEROS RACIONALES

Actividad 9:
Realice la siguiente actividad.

Simplificar las siguientes fracciones

k. $\frac{8}{10}$ =4/5

l. $\frac{9}{15}$ =3/5

m. $\frac{7}{14}$ =1/2

n. $\frac{12}{15}$ =4/5

o. $\frac{20}{25}$ =4/5

p. $\frac{35}{30}$ =7/6

q. $\frac{16}{24}$ =2/3

r. $\frac{30}{18}$ =5/3

s. $\frac{12}{90}$ =2/15

t. $\frac{12}{100}$ =3/25

Actividad 10:
Realice la siguiente actividad.

Resolver las siguientes sumas algebraicas.

i. $\frac{3}{10} - \frac{7}{10} + \frac{1}{10} = -\frac{3}{10}$

j. $\frac{5}{18} - \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{20-27+9}{72} = \frac{2}{72} = \frac{1}{36}$

k. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{8}{3}$

l. $\frac{1}{5} - \frac{2}{3} + \frac{1}{10} = \frac{6-20+3}{30} = -\frac{11}{30}$

m. $\frac{7}{9}-\frac{8}{3}-1=\frac{7-24-9}{9}=-\frac{26}{9}$

n. $\frac{1}{4}-\frac{3}{8}+\frac{1}{2}=\frac{2-3+4}{8}=\frac{3}{8}$

o. $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+2=\frac{5+4-3+12}{6}=\frac{18}{6}=3$

p. $3-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{12-1+2}{4}=\frac{13}{4}$

Actividad 11:
Realice las siguientes actividades.

1) Efectuar las siguientes multiplicaciones:

¡No olvide simplificar previamente!

f. $\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{3}{2}.(-\frac{1}{5})=-\frac{3}{10}$

g. $-\frac{3}{10}\cdot\left(-\frac{5}{9}\right)=-\frac{1}{2}.\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{6}$

h. $\frac{4}{3}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)=\frac{1}{3}.\left(-\frac{1}{2}\right).(-5)=\frac{5}{6}$

i. $\frac{9}{10}\cdot(-5)\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{3}{2}.(-1).\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$

j. $\frac{14}{5}\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)\cdot 15=-\frac{2}{1}.\left(-\frac{1}{1}\right).3=6$

2) Efectuar las siguientes divisiones:

¡No olvide simplificar previamente!

f. $-\frac{3}{2}:\left(-\frac{9}{5}\right)=-\frac{1}{2}:\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{5}{6}$

g. $\frac{10}{3}:\left(-\frac{5}{9}\right)=\frac{2}{1}:\left(-\frac{1}{3}\right)=-6$

h. $\frac{1}{5}:\frac{3}{25}=\frac{1}{1}:\frac{3}{5}=\frac{5}{3}$

i. $\frac{4}{7}:(-2)=\frac{2}{7}:(-1)=-\frac{2}{7}$

j. $-9:\left(-\frac{3}{2}\right)=-3:\left(-\frac{1}{2}\right)=6$

3) Resolver aplicando la propiedad distributiva. (Recuerde que este tema, Ud. lo trabajó con números enteros)

g. $\left(-\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)=\left(-\frac{2}{3}\right).\left(-\frac{3}{2}\right)+\frac{5}{6}.\left(-\frac{3}{2}\right)=1-\frac{5}{4}=\frac{4-5}{4}=-\frac{1}{4}$

h. $\left(-2+\frac{4}{3}-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)=$

$(-2).\left(-\frac{3}{5}\right)+\frac{4}{3}.\left(-\frac{3}{5}\right)-\frac{2}{5}.\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{6}{5}-\frac{4}{5}+\frac{6}{25}=\frac{30-20+6}{25}=\frac{16}{25}$

i. $\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}+\frac{4}{9}\right)\cdot(-6)=\frac{1}{6}.(-6)-\frac{2}{3}.(-6)+\frac{4}{9}.(-6)=-1+4-\frac{8}{3}=\frac{-3+12-8}{3}=\frac{1}{3}$

j. $\left(-\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right):\frac{1}{2}=\left(-\frac{3}{4}\right):\frac{1}{2}-\frac{1}{2}:\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}-1=\frac{-3-2}{2}=-\frac{5}{2}$

k. $\left(1+\frac{5}{7}\right):\left(-\frac{3}{14}\right)=1:\left(-\frac{3}{14}\right)+\frac{5}{7}\left(-\frac{3}{14}\right)=-\frac{14}{3}-\frac{10}{3}=-\frac{24}{3}=-8$

l. $\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{10}-\frac{1}{15}\right):\left(-\frac{2}{5}\right)=$

$\frac{2}{5}:\left(-\frac{2}{5}\right)-\frac{3}{10}:\left(-\frac{2}{5}\right)-\frac{1}{15}:\left(-\frac{2}{5}\right)=-1+\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{-12+9+2}{12}=-\frac{1}{12}$

Actividad 12:
Realice las siguientes actividades.

1)Calcular los siguientes porcentajes:

a. El 10% de 120 $=120.\frac{10}{100}=12$

b. El 30% de 80 $=80.\frac{30}{100}=24$

c. El 45% de 180 $=180.\frac{45}{100}=81$

d. El 70% de 150 $=150.\frac{70}{100}=105$

2) Resolver los siguientes problemas:

a. Si en una compra de \$120, me hacen un 5% de descuento. ¿C uál es el monto final de la compra?

$120.\frac{95}{100}=114$ **El monto final de la compra es de \$114.**

b. Un televisor cuesta \$12000 y se lo vende en 6 cuotas fijas, con un recargo del 10%. ¿Cuál es el valor de cada cuota?

$12000.\frac{110}{100}=13200$ **El valor de cada cuota es de \$2200.**

$13200:6=2200$

c. Se compra un producto de \$2000 en 12 cuotas fijas con un recargo del 14%. ¿Cuál es el valor de cada cuota?

$2000.\frac{114}{100}=2280$ **El valor de cada cuota es de \$190.**

$2280:12=190$

Actividad 13:
Realice las siguientes actividades.

1) Resolver las siguientes potencias

a. $\left(-\frac{1}{3}\right)^5=\left(-\frac{1}{243}\right)$

b. $\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{27}{64}$

c. $\left(-\frac{2}{3}\right)^4=\frac{16}{81}$

d. $\left(-\frac{1}{10}\right)^5=-\frac{1}{100000}$

e. $\left(-\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{36}$

f. $\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{64}$

g. $\left(-\frac{1}{5}\right)^3=-\frac{1}{125}$

h. $\left(\frac{1}{10}\right)^3=\frac{1}{1000}$

2) Resolver los siguientes ejercicios aplicando propiedades:

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{256}\right)$

b. $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = -\frac{32}{243}$

c. $\left(\frac{1}{4}\right)^8 : \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$

d. $\left(-\frac{9}{10}\right)^5 : \left(-\frac{9}{10}\right)^5 = \left(-\frac{9}{10}\right)^0 = 1$

3) Resolver las siguientes potencias de exponente negativo:

a. $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3} = -\frac{125}{27}$

b. $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-7} = -279936$

c. $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-7} = -\frac{823543}{128}$

d. $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-4} = 625$

e. $\left(\frac{7}{10}\right)^{-1} = \frac{10}{7}$

f. $(-4)^{-3} = -\frac{1}{64}$

Actividad 14:
Realice las siguientes actividades.

3) Resolver las siguientes raíces:

a. $\sqrt{81} = 9$

b. $\sqrt[3]{-125} = -5$

c. $\sqrt{\frac{9}{100}} = 3/10$

d. $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = -1/2$

e. $\sqrt[4]{\frac{1}{10000}} = 1/10$

f. $\sqrt[7]{-\frac{1}{128}} = -1/2$

g. $\sqrt{\frac{49}{25}} = 7/5$

4) Resolver aplicando la propiedad distributiva siempre que sea posible:

a. $\sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$

b. $\sqrt[3]{8\cdot(-27)} = \sqrt[3]{8}.\sqrt[3]{-27} = 2.(-3) = -6$

c. $\sqrt[4]{625\cdot16} = \sqrt[4]{625}.\sqrt[4]{16} = 5.4 = 20$

d. $\sqrt{\frac{1}{36}:\frac{9}{49}} = \sqrt{\frac{1}{36}}:\sqrt{\frac{9}{49}} = \frac{1}{6}:\frac{3}{7} = \frac{1}{14}$

e. $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}\cdot\left(-\frac{64}{27}\right)} = \sqrt[3]{-\frac{1}{8}}.\sqrt[3]{-\frac{64}{27}} = -\frac{1}{2}.\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{2}{3}$

f. $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}:\left(-\frac{243}{100000}\right)} = \sqrt[5]{-\frac{1}{32}}:\sqrt[5]{-\frac{243}{100000}} = -\frac{1}{2}:\left(-\frac{3}{10}\right) = \frac{3}{20}$

3) Resolver aplicando las propiedades de la radicación

a. $\sqrt[3]{-2}\quad\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{(-2).4} = \sqrt[3]{-8} = -2$

b. $\sqrt[4]{\frac{1}{4}}\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{4}.\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$

c. $\sqrt{\frac{8}{9}}\cdot\sqrt{2} = \sqrt{\frac{8}{9}.2} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$

d. $\sqrt[3]{-\frac{1}{81}}:\sqrt[3]{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-\frac{1}{81}:-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{3}{81}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$

Actividad 15:
Realice las siguientes actividades.

Resolver los siguientes ejercicios combinados:

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 . \sqrt[3]{-\frac{1}{125}}.(-5)+\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \sqrt[4]{\frac{81}{16}} =$

$\frac{1}{4}.(-5).(-5)+\frac{1}{8}:\frac{9}{16}-\frac{3}{2}=$

$\frac{25}{4}+\frac{2}{9}-\frac{3}{2}=\frac{225+8-54}{36}=\frac{179}{36}$

b. $\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\cdot\sqrt{\frac{1}{9}}-\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{4}{3}+\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}=$

$\frac{3}{4}.4.\frac{1}{3}-\frac{4}{9}.\left(-\frac{1}{2}\right).\frac{4}{3}-\frac{1}{2}=$

$1+\frac{8}{27}-\frac{1}{2}=\frac{54+16-27}{54}=\frac{43}{54}$

c. $-\frac{1}{3}\cdot\sqrt[3]{-\frac{1}{125}}\cdot\sqrt{\frac{9}{4}}-\left(-\frac{3}{2}\right)^2\cdot\sqrt{\frac{1}{25}}\cdot(3)^{-1}=$

$-\frac{1}{3}.\left(-\frac{1}{5}\right).\frac{3}{2}-\frac{9}{4}.\frac{1}{5}.\frac{1}{3}=$

$\frac{1}{10}-\frac{3}{20}=\frac{2-3}{20}=-\frac{1}{20}$

d. $\left(-\frac{3}{2}\right)^2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^3+\sqrt{\frac{1}{4}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\cdot\sqrt[4]{16}-\left(1-\frac{1}{2}\right)^2=$

$\left(-\frac{3}{2}\right)^5+\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.2-\left(\frac{2-1}{2}\right)^2=$

$-\frac{243}{32}+\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2=$

$-\frac{243}{32}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=$

$\frac{-486+32-16}{64}=-\frac{235}{32}$

e. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} : \sqrt[3]{-\frac{1}{27}} + \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{-\frac{1}{9}} + \left(1-\frac{1}{3}\right)^{2} =$

$\frac{4}{9} : -\frac{1}{3} + \sqrt[3]{\frac{1}{3}.\left(-\frac{1}{9}\right)} + \left(\frac{3-1}{3}\right)^{2} =$

$-\frac{4}{3} + \sqrt[3]{-\frac{1}{27}} + \left(\frac{2}{3}\right)^{2} =$

$-\frac{4}{3} - \frac{1}{3} + \frac{4}{9} =$

$\frac{-12-3+4}{9} = -\frac{11}{9}$

f. $\sqrt[3]{-1+\frac{28}{27}} - \left(\frac{1}{3}\right)^{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{64}{27}} - \left(1-\frac{2}{3}\right)^{2} =$

$\sqrt[3]{\frac{-27+28}{27}} - \left(\frac{1}{3}\right)^{4}.\frac{4}{3} - \left(\frac{3-2}{3}\right)^{2} =$

$\sqrt[3]{\frac{1}{27}} - \frac{1}{81}.\frac{4}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^{2} =$

$\frac{1}{3} - \frac{4}{243} - \frac{1}{9} = \frac{81-4-27}{243} = \frac{50}{243}$

g. $\frac{1}{2} : \left(-\frac{3}{4}\right) + \left[-\frac{1}{4} + 1 : \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}\right] - \frac{5}{4}\sqrt[3]{-3-\frac{3}{8}} =$

$-\frac{2}{3} + \left[-\frac{1}{4} + 1 : \frac{9}{4}\right] - \frac{5}{4}\sqrt[3]{-\frac{27}{8}} =$

$-\frac{2}{3} + \left[-\frac{1}{4} + 1 : \frac{9}{4}\right] - \frac{5}{4}.\sqrt[3]{\frac{-24-3}{8}} =$

$-\frac{2}{3} + \left[-\frac{1}{4} + \frac{4}{9}\right] - \frac{5}{4}.\sqrt[3]{-\frac{27}{8}} =$

$-\frac{2}{3} + \frac{7}{36} - \frac{5}{4}.-\frac{3}{2} =$

$\frac{-24+7-45-54}{36} = -\frac{29}{9}$

h. $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right).\left(\frac{5}{3} - \frac{1}{6}\right) =$

$\left(\frac{3+2}{4}\right).\left(\frac{10-1}{6}\right) =$

$\frac{5}{4}.\frac{9}{6} = \frac{15}{8}$

i. $\frac{2}{3}.\left(1-\frac{1}{5}:\frac{3}{10}\right)=$

$\frac{2}{3}.\left(1-\frac{2}{3}\right)=$

$\frac{2}{3}.\left(\frac{3-2}{3}\right)=$

$\frac{2}{3}.\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

j. $\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}{\sqrt[3]{-1+\frac{26}{27}}}-\left[2-\frac{1}{2}.(-2)^2\right]:\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}+\frac{2}{1-\frac{3}{4}}=$

$\frac{\frac{2-1}{4}}{\sqrt[3]{\frac{-27+26}{27}}}-\left(2-\frac{1}{2}.4\right):\frac{9}{4}+\frac{2}{\frac{4-3}{4}}=$

$\frac{\frac{1}{4}}{-\frac{1}{3}}-(2-2):\frac{9}{4}+\frac{2}{\frac{1}{4}}=$

$-\frac{3}{4}-0+8=\frac{29}{4}$

k. $(-2)^3:2+(4-5)^5-\left[\frac{1}{5}\right]^2+\left[-\frac{2}{5}\right]:\left(-\frac{1}{5}\right)=$

$-8:2+(-1)^5-\frac{1}{25}+2=$

$-4-1-\frac{1}{25}+2=$

$\frac{-100-25-1+50}{25}=-\frac{76}{25}$

l. $[5-3.(-1)]^2+\left[\frac{61}{10}.(-3)+5\right]^0=$

$[5+3]^2+1=$

$8^2+1=$

$64+1=65$

m. $\left(\left(\dfrac{3}{10}\right)^2 - 2.\dfrac{5}{4}\right).10 + \left[3^2 + 2.(-6)\right]^3 - 3^5 : 3^4 =$

$\left(\dfrac{9}{100} - \dfrac{5}{2}\right).10 + (9-12)^3 - 3 =$

$\left(\dfrac{9-250}{100}\right).10 + (-3)^3 - 3 =$

$-\dfrac{241}{100}.10 - 27 - 3 =$

$-\dfrac{241}{10} - 27 - 3 =$

$\dfrac{-241-270-30}{10} = -\dfrac{541}{10}$

n. $\sqrt[3]{1-\dfrac{7}{8}} - \sqrt{\dfrac{2}{9}}.\sqrt{2} - \left(-\dfrac{2}{5}\right) =$

$\sqrt[3]{\dfrac{8-7}{8}} - \sqrt{\dfrac{2}{9}.2} + \dfrac{2}{5} =$

$\sqrt[3]{\dfrac{1}{8}} - \sqrt{\dfrac{4}{9}} + \dfrac{2}{5} =$

$\dfrac{1}{2} - \dfrac{2}{3} + \dfrac{2}{5} =$

$\dfrac{15-20+12}{30} = \dfrac{7}{30}$

o. $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}.\sqrt{1-\dfrac{24}{25}} =$

$\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}.\sqrt{\dfrac{25-24}{25}} =$

$\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}.\sqrt{\dfrac{1}{25}} =$

$\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{5} =$

$\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{15} =$

$\dfrac{15+2}{30} = \dfrac{17}{30}$

p. $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}:\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\right].\left(\frac{1}{2}\right)^{6}+\sqrt[5]{\left(-\frac{3}{2}\right)^{10}}=$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-7}.\frac{1}{64}+\frac{9}{4}=$

$128.\frac{1}{64}+\frac{9}{4}=$

$2+\frac{9}{4}=$

$\frac{8+9}{4}=\frac{17}{4}$

Actividad 16:
Realice las siguientes actividades.

1) La fracción decimal del número 0,0003 es:

a. $\frac{3}{10}$ ( )

b. $\frac{3}{100}$ ( )

c. $\frac{3}{1000}$ ( )

d. Ninguna de las alternativas anteriores es correcta. (x)

2) Expresar como número decimal las siguientes fracciones:

a. $\frac{7}{100}=0{,}07$

b. $\frac{149}{10}=14{,}9$

c. $\frac{11}{1000}=0{,}011$

d. $\frac{3007}{100}=30{,}07$

e. $\frac{127}{100}=1{,}27$

f. $\frac{9}{10000}=0{,}0009$

3)Expresar como fracción decimal los siguientes números decimales:

a. 0,7=7/10

b. 2,9=29/10

c. 17,71=1771/100

d. 0,01=1/100

e. 11,3=113/10

f. 0,0149=149/10000

4) Colocar el signo >, < o = según corresponda:

a.	17,3	>	17,09
b.	0,035	<	0,04
c.	-3,1	<	3,1
d.	0,05	>	0,0486
e.	7,6	>	-15,8
f.	0,13	>	0,098
g.	2,508	<	2,51

Actividad 17:
Realice las siguientes actividades.

1) Resolver las siguientes sumas y restas:

a. 0,5 + 1,3 = 1,8

b. 3,4 + 0,25 = 3,65

c. 1,7 – 0,8 = 0,9

d. 0,8 + 1 = 1,8

e. 21 – 3,4 – 0,8 = 16,8

f. 4,15 – 1,3 + 4 = 6,85

g. 0,81 – 0,75 = 0,06

h. 8 – 0,6 + 0,1 = 7,5

i. 25,6 + 9,6 – 0,3 = 34,9

2) Resolver las siguientes multiplicaciones:

a. 0,3 . 0,5 = 0,15

b. 3,1 . 0,02 = 0,062

c. 2,4 . 0,001 = 0,0024

d. 15 . 0,3 = 4,5

e. 0,06 . 0,3 . (- 2) = – 0,036

f. 4,2 . (- 0,03) = – 0,126

g. 1,1 . (- 0,5) = – 0,55

h. 2,3 . (- 0,2) . 4 = – 1,84

i. 0,06 . (- 0,3) . (- 5) = 0,09

k. 3,4 . (- 0,1) . (- 0,05) = 0,017

2) Efectuar las siguientes divisiones con el error indicado en cada caso:

a. 48 : 5 =9,6

b. 35 : 6 (ϵ<0,01) =5,83

c. 0,38 : 19 =0,02

d. 8,5 : 4 =2,125

e. 0,06 : 3 =0,02

f. 15 : 0,3 =50

g. 4 : 0,06 (ϵ<0,1) =66,6

h. 0,0036 : 1,2 =0,003

i. 1,5 : 0,7 (ϵ<0,1) =2,1

j. 3,21 : 0,8 (ϵ<0,001) =4,012

Actividad 18:
Realice la siguiente actividad.

1) Redondear en decimos los siguientes números decimales:

a. 2,26 =2,3

b. 12,37 =12,4

c. 3,85 = 3,9

d. 9,17 =9,2

e. 6,23 =6,2

2) Redondear en centésimos los siguientes números decimales**:**

a. 2,256 =2,26

b. 3,158 =3,16

c. 7,235 =7,24

d. 1,198 =1,20

e. 8,254=8,25

Actividad 19:
Realice las siguientes actividades.

a) En el club se eligió la nueva Comisión Directiva. Se presentaron 3 listas: A, B Y C. La lista A obtuvo $\frac{2}{7}$ de los votos; la lista B $\frac{3}{5}$ de los votos; $\frac{1}{10}$ de los socios no concurrió a votar.

¿Qué parte de los votos obtuvo la lista C?

¿Quién ganó?

Respuesta:

$\frac{2}{7}+\frac{3}{5}+\frac{1}{10}=\frac{60}{70}\Rightarrow\frac{70}{70}-\frac{60}{70}=\frac{10}{70}=\frac{1}{7}$ O sea que la lista C obtuvo $\frac{1}{7}$ de los votos.

b) Emiliano hace las 2/5 partes de su tarea, y luego hace las 3/7 partes. ¿Qué parte de su tarea le queda por hacer?

Respuesta:

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{7}==\frac{14+15}{35}=\frac{29}{35}\Rightarrow\frac{35}{35}-\frac{29}{35}=\frac{6}{35}$$

La parte de la tarea que le queda por hacer es $\frac{6}{35}$

c) Las 5/12 partes de 2 docenas de facturas.

Respuesta:

$$\frac{5}{12}.24=\frac{5.24}{12}=10$$

d) Ariel tenía \$400 y gastó el 10%. Le dio a su hermano el 15% del resto, ¿cuánto le queda?

Respuesta:

$400.\frac{10}{100}=40$ **Este resultado corresponde al 10% de 400**

$400-40=360$

$360.\frac{15}{100}=54$ **Corresponde el 15% del resto**

$360-54=306$ **Le queda \$360.**

e) De una tela de 12 m de hicieron 18 remeras. ¿Cuántas remeras se harán de una tela de 14 m?

Respuesta:

12 m $\longrightarrow$ 18 Remeras

14 m $\longrightarrow$ X= $\frac{14.18}{12}=21$

De una tela de 14 m se harán 21 remeras.

RESUMEN

Para introducir la unidad partimos trabajando con los números enteros: comenzando con la suma algebraica, multiplicación y división con sus respectivas propiedades. Ejercicios combinados, potenciación y radicación con sus propiedades y cálculos combinados.
Siguiendo con los números racionales: operaciones con fracciones, combinando las mismas, fracciones con denominador 100 para trabajar con porcentaje, números decimales expresándolos en forma fraccionaria y viceversa, y el redondeo de los mismos.
Por último, se plantea la resolución de situaciones problemáticas con el conjunto tanto de los números enteros como racionales.
Al finalizar la unidad se encuentra la autoevaluación integrando todos los temas.

AUTOEVALUACIÓN

1. El resultado del cálculo combinado $48-8:(-4)+2^0.(-3)+\sqrt{49}$ es :
   a) – 6 b) 54 c) 57 d) -3

2. El resultado de 0,6 + 1,2 : 0,3 es :
   a) 4,6 b) 0,6 c) 1 d) 6

3. En una compra de $1500 me descuentan el 5%, ¿Cuánto tengo que pagar?
   a) $750 b) $1425 c)$75 d) $1575

4. El resultado del cálculo combinado $\frac{1}{2}-\frac{3}{4}:\frac{1}{6}+\left(\frac{3}{2}\right)^2:\left(\frac{3}{2}\right)+\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ es:
   a) -4/3 b) -11/6 c) -1/3 d) 2/3

5. El resultado de 1,25 + 3. 0,2 – 0,5 es:
   a)0,35 b) 6,75 c) 1,35 d)0,75

6. Gastón tiene $500 y gastó 3/5 en la librería. ¿Cuánto dinero le quedó?
   a)$300 b) $1200 c) $100 d) $30

7. El resultado de $\left(\frac{3}{4}\right)^3:\left(\frac{3}{4}\right)-\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3+\left(\frac{3}{5}\right)^0-\frac{1}{4}$ es:
   a) 83/64 b) 71/64 c) 9/32 d) 19/64

8. Una familia de cinco integrantes tiene un gasto semanal de $2800 en alimentos. Si reciben tres familiares durante una semana, ¿cuál es el gasto total durante esos días?
   a) $4480 b) $1680 c)$ 4080 d)$ 4400

9. El resultado de $(-2)^3.(-2)+\sqrt[3]{-8}-(3.2)^0$ es:
   a) 14 b) 13 c) 17 d) 9

10. Un ciclista recorre una carrera en cuatro etapas, en la primera recorre 1/6 del total, en la segunda etapa recorre 1/5 del total, en la tercera etapa recorre 1/3 del total. ¿Qué parte del recorrido tiene que ser la cuarta etapa?
    a) 3/10 b) 7/10 c) 21/10 d) 2/10

AUTOEVALUACIÓN (RESPUESTAS)

1. El resultado del cálculo combinado $48-8:(-4)+2^0.(-3)+\sqrt{49}$ es :

   RESOLUCIÓN

   $48-8:(-4)+2^0.(-3)+\sqrt{49}=$

   $48+2+1.(-3)+7=$

   $48+2-3+7=54$

   a) – 6 b) 54 c) 57 d) -3

2. El resultado de 0,6 + 1,2 : 0,3 es :

   RESOLUCIÓN

   $0{,}6+1{,}2:0{,}3=$

   $0{,}6+4=4{,}6$

   a) 4,6 b) 0,6 c) 1 d) 6

3. En una compra de $1500 me descuentan el 5%, ¿Cuánto tengo que pagar?

   RESOLUCIÓN

   $1500.\frac{5}{100}=75 \rightarrow \$1500-\$75=\$1425$

   a) $750 b) $1425 c)$75 d) $1575

4. El resultado del cálculo combinado $\frac{1}{2}-\frac{3}{4}:\frac{1}{6}+\left(\frac{3}{2}\right)^2:\left(\frac{3}{2}\right)+\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ es:

   RESOLUCIÓN

   $\frac{1}{2}-\frac{3}{4}:\frac{1}{6}+\left(\frac{3}{2}\right)^2:\left(\frac{3}{2}\right)+\sqrt[3]{\frac{8}{27}}=$

   $\frac{1}{2}-\frac{9}{2}+\frac{3}{2}+\frac{2}{3}=\frac{3-27+9+4}{6}=-\frac{11}{6}$

   a) -4/3 b) -11/6 c) -1/3 d) 2/3

5. El resultado de 1,25 + 3. 0,2 – 0,5 es:

   RESOLUCIÓN

   $1{,}25+3.0{,}2-0{,}5=$

   $1{,}25+0{,}6-0{,}5=1{,}35$

   a)0,35 b) 6,75 c) 1,35 d)0,75

6. Gastón tiene $500 y gastó 3/5 en la librería. ¿Cuánto dinero le quedó?

   RESOLUCIÓN

   $500.\frac{3}{5}=300 \rightarrow \$500-\$300=\$200$

   a)$300 b) $30 c) $100 d) $200

7. El resultado de $\left(\frac{3}{4}\right)^3:\left(\frac{3}{4}\right)-\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3+\left(\frac{3}{5}\right)^0-\frac{1}{4}$ es:

RESOLUCIÓN

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3:\left(\frac{3}{4}\right)-\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3+\left(\frac{3}{5}\right)^0-\frac{1}{4}=$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^6+1-\frac{1}{4}=$$

$$\frac{9}{16}-\frac{1}{64}+1-\frac{1}{4}=\frac{36-1+64-16}{64}=\frac{83}{64}$$

a) 83/64　　b) 71/64　　c) 9/32　　d) 19/64

8. Una familia de cinco integrantes tiene un gasto semanal de \$2800 en alimentos. Si reciben tres familiares durante una semana, ¿cuál es el gasto total durante esos días?

\$2800:7=\$400 de gasto por día
\$400:5=\$80 de gasto por persona
\$80. 3=\$240->\$240. 7=\$1680 el gasto de las tres personas en una semana
\$2800 + \$1680 =\$4480

a) \$4400　　b) \$1680　　c)\$ 4080　　d)\$ 4480

9. El resultado de $(-2)^3.(-2)+\sqrt[3]{-8}-(3.2)^0$ es:

RESOLUCIÓN

$$(-2)^3.(-2)+\sqrt[3]{-8}-(3.2)^0=$$

$$(-2)^4+(-2)-1=$$

$$16-2-1=13$$

a) 14　　b) 13　　c) 17　　d) 9

10. Un ciclista recorre una carrera en cuatro etapas, en la primera recorre 1/6 del total, en la segunda etapa recorre 1/5 del total, en la tercera etapa recorre 1/3 del total. ¿Qué parte del recorrido tiene que ser la cuarta etapa?

RESOLUCIÓN

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{5}+\frac{1}{3}=\frac{5+6+10}{30}=\frac{21}{30}=\frac{7}{10}\rightarrow\frac{10}{10}-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$$

a) 3/10　　b) 7/10　　c) 21/10　　d) 2/1

Unidad Didáctica 2
"Expresiones algebraicas enteras"

INTRODUCCIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA 2

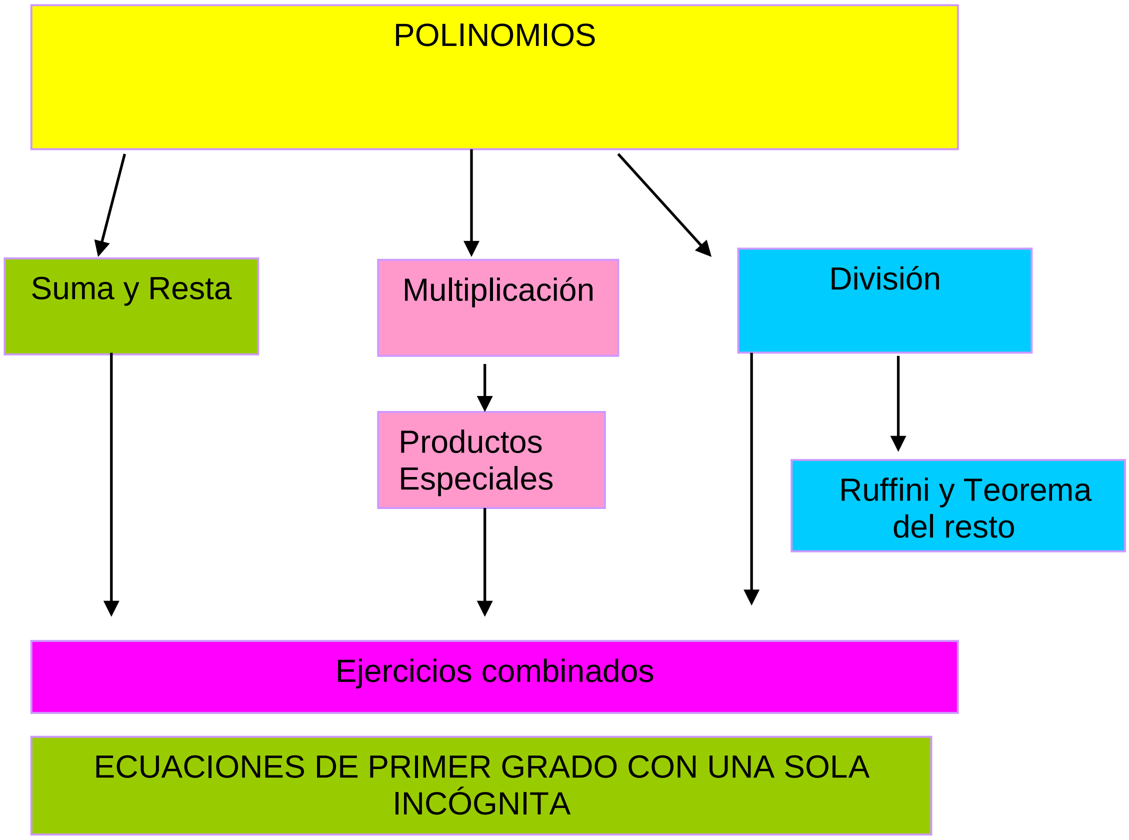
En esta unidad estudiaremos las distintas operaciones con polinomios, también ecuaciones de primer grado de tanta aplicación en la vida diaria.

OBJETIVOS

Que el alumno sea capaz de:

- Resolver algoritmo de suma, resta, multiplicación y división de polinomios, aplicando las propiedades de las operaciones.
- Resolver ecuaciones de primer grado.

ORGANIZADOR DE CONTENIDOS



CONTENIDOS

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Las combinaciones de números y letras mediante operaciones reciben el nombre de **expresiones algebraicas**.

Si las letras están vinculadas por operaciones de:

Suma, resta y multiplicación (incluye potenciación con exponente natural), se llaman expresiones algebraicas enteras.

Ejemplos: $\frac{1}{5}x^4y$

$0{,}5a^3 - \frac{1}{2}b^4y - 0{,}01$

Las letras, reciben el nombre de variables.

VALOR NUMERICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Si en una expresión algebraica se conocen los valores de las letras, se las puede remplazar por los mismos y, efectuando las operaciones indicadas, se obtiene un valor numérico llamado **valor numérico de la expresión**.

Ejemplo:
Hallar el valor numérico de la expresión $2a^2b - 3c$, siendo a=1; b=-2; c=-3

Reemplazando las letras por sus valores, y operando:

$$2.(1)^2.(-2) - 3.(-3) =$$
$$= -4 + 9 = 5$$

Otro ejemplo:

Hallar el valor numérico de la expresión $3x^3 + 4xy$, siendo x=-2; y=2
Reemplazando las letras por sus valores, y operando:

$$3.(-2)^3 + 4.(-2).2 =$$
$$3.(-8) - 16 =$$
$$-24 - 16 = -40$$

Volviendo con las expresiones algebraicas enteras, observe la siguiente expresión:

$$3x^5 - 6y^2 + \frac{1}{2}x^3$$

Está separada en términos.

Cada uno de los términos recibe el nombre de monomio.

¿Por qué?

Porque el prefijo "mono" significa "uno".

Veamos qué partes forman un monomio.

$-5x^3y$

variable o indeterminada

parte literal

parte numérica o coeficiente

x^6b^3

parte literal

coeficiente = 1

Si el coeficiente es uno (1) no es necesario escribirlo
Sume, en los monomios dados a continuación, los exponentes de la parte literal.

$8x^6y \longrightarrow 6+1=7$

$-25a^4b^5 \longrightarrow 4+5=9$

$-3myz \longrightarrow 1+1+1=3$

De este modo, se determina el grado de un monomio.

¿Cuál es el grado de los siguientes monomios?

$3x^9y \longrightarrow$ **décimo grado**

$-\frac{1}{2}a^3b^4 \longrightarrow$ **séptimo grado**

$\frac{7}{4}ab \longrightarrow$ **segundo grado**

¿Qué tienen en común los monomios?

$-6ax^4y^3$

$2ax^4y^3$

$-ax^4y^3$

Tienen la misma parte literal.

A estos monomios se los llama **semejantes**.

¿Cómo definiría monomios semejantes?

Dos o más monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal.

El prefijo **"mono"** significa **"uno"** y **"poli"** significa **"muchos".**

¿A qué llamamos polinomio?

Llamamos polinomio a la expresión algebraica formada por muchos términos (monomios).

Ejemplos:

$$5m^6 + 7x^2y - 4$$
$$a^4b^3 - 3a^3b^2 - 7m^3a - b^4$$
$$5x^2 - \frac{1}{2}m^3y$$

Veamos qué nombre reciben los polinomios según la cantidad de términos que lo forman:

$\underbrace{3x^2}\ - \underbrace{\frac{3}{4}m^6y^3}$ → 2 términos → binomio

$\underbrace{0{,}5a} - \underbrace{\frac{3}{5}x^6y^2} - \underbrace{b}$ → 3 términos → trinomio

$\underbrace{m^4} - \underbrace{\frac{1}{3}m^2} + \underbrace{4y} - \underbrace{\frac{7}{3}}$ → 4 términos → cuatrinomio

$\underbrace{-a^5} + \underbrace{0{,}2x} - \underbrace{y^6} + \underbrace{\frac{3}{2}x^6} - \underbrace{b^3}$ → 5 términos → polinomio de cinco términos

y así sucesivamente.

¿Cuál es el grado de cada uno de los monomios que forman el siguiente polinomio?

$$\underbrace{5x^6y^3}_{\substack{\downarrow\\ \text{noveno}\\ \text{grado}}} - \underbrace{3x^2}_{\substack{\downarrow\\ \text{segundo}\\ \text{grado}}} + \underbrace{2x^9y}_{\substack{\downarrow\\ \text{décimo}\\ \text{grado}}} - \underbrace{7}_{\substack{\downarrow\\ \text{cero}\\ \text{grado}}}$$

Este polinomio es de **décimo grado**, por ser éste el grado del monomio de mayor grado.

Indique el nombre y el grado de los siguientes polinomios:

1. $3x^4 - \frac{1}{2}x^2 - x^4y^2$ ⟶

2. $2x^2 - 5x^4$ ⟶

Trinomio de sexto grado.
Binomio de cuarto grado.
Polinomio de seis términos de quinto grado.

3. $5x^4y-\frac{3}{2}x^2+y^4-4x^2y^2-8x^3-7 \longrightarrow$

Trabajaremos, por lo general, con polinomios en una sola variable.
Observe el polinomio.

$P_{(x)}=3x^6-2x^4+5x^3-x$

¿Cuál es la variable?

x

Como la variable es x, lo denominamos con una letra mayúscula acompañada de la variable entre paréntesis.

P(x)

Escriba los exponentes de x en el orden en que figuran en el polinomio.

6 ; 4 ; 3 ; 1

Entonces podemos decir que, el polinomio está ordenado con respecto a una variable (ordenatriz), en forma decreciente.

Si bien está ordenado, comprobamos que no figuran todas las potencias de x menores que 6. Por ello, decimos que está **incompleto.**

Analicemos otro polinomio.

$P_{(a)}=3a^4-2a^3+a^2-3a+5$
Este polinomio es de **cuarto grado**, está **ordenado** en forma **decreciente y completo**.

¿Por qué?

Porque:

1. cuarto, es el grado del monomio de mayor grado.
2. las potencias de la ordenatriz son: 4 ; 3 ; 2 ; 1 ; 0
3. figuran todas las potencias de la ordenatriz menores que la mayor (4).

Dado el polinomio:

$P_{(x)}=x^5-3x^2-9x+6$

¿Cómo podemos transformarlo en un polinomio igual pero aparentemente completo?

Bastará con agregar monomios con las potencias faltantes de la ordenatriz, cuyo coeficiente sea cero. (Pues al multiplicar cero por la parte literal, da cero).

Es decir:
$P_{(x)} = x^5 + 0x^4 + 0x^3 - 3x^2 - 9x + 6$

Complete y ordene el siguiente polinomio:

$A_{(x)} = -4 + a^3$

$A_{(x)} = a^3 + 0a^2 + 0a - 4$

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/polinomios/ejercicios-interactivos-de-expresiones-algebraicas.html

Actividad 1:

- **Ejercicio 1:**

Halle el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas:
a) $5m^2 - 4pq + 3n$, siendo m=-2; p=1; q=-3; n=2

b) $2ab + 2m - 3x$,siendo a=-1; b=3; m=-2; x=-3

c) $5p - 4pr - 2st$, siendo p=1; r=-2; s=5; t=-1

- **Ejercicio 2:**

Indique qué monomio es semejante a: $\frac{2}{3}m^2x$

1.	$8xm^2$	
2.	$-6x^2m$	
3.	$-3x^3m$	
4.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta	

- **Ejercicio 3:**

Escriba el grado de los siguientes monomios:

1.	$2a^2b$	

2.	$\frac{3}{2}x^2y^3$	
3.	$-5x^2yz$	

- **Ejercicio 4:**

Escriba el grado de los siguientes polinomios:

1.	$3x^2+5x^7-3x^3+2$	
2.	$\frac{5}{2}x+2x^6-3x^5+1$	
3.	$7x+2x^5+3x^2-5x^3$	

- **Ejercicio 5:**

Señale con una X.
El polinomio $F_{(x)}=\frac{1}{2}x+3x^2-3+x^5$ ordenado en forma decreciente y completo es:

1.	$x^5+3x^2+\frac{1}{2}x-3$	
2.	$\frac{1}{2}x+3x^2+x^5-3$	
3.	$x^5+0x^4+0x^3+3x^2+\frac{1}{2}x-3$	
4.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta	

OPERACIONES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS ENTERAS

¿Cómo debemos proceder para **sumar** o **restar monomios?**

Si los monomios son semejantes, se suman o restan los coeficientes de los mismos y se obtiene otro monomio semejante a los dados.

Veamos un ejemplo:

$3x^2-5x^2+8x^2=6x^2$

Si los monomios no son semejantes, la suma o resta queda indicada, obteniéndose un polinomio.

$6x^3-2x+1=6x^3-2x+1$

Observe la siguiente suma algebraica:

$3x^6-2x^3-5x^3+x^6-x$

¿Cómo son los monomios?

Algunos son semejantes

¿Cómo resolvería la operación?
Agrupando los monomios semejantes, es decir

$$3x^6 - 2x^3 - 5x^3 + x^6 - x = 4x^6 - 7x^3 - x$$

Recuerde:

> *Sólo se pueden sumar o restar monomios semejantes.*

Apliquemos lo visto a la suma y resta de polinomios.

Si $A_{(x)} = 3x^2 - 5 + 6x^7$
y $B_{(x)} = 2x^7 - 8x^4 + x^2$

Calculemos $A_{(x)} + B_{(x)}$ siguiendo los pasos indicados:

$$A_{(x)} + B_{(x)} = \left(3x^2 - 5 + 6x^7\right) + \left(2x^7 - 8x^4 + x^2\right)$$

1. Suprimimos paréntesis

$$A_{(x)} + B_{(x)} = 3x^2 - 5 + 6x^7 + 2x^7 - 8x^4 + x^2$$

2. Agrupemos los monomios semejantes

$$A_{(x)} + B_{(x)} = 4x^2 + 8x^7 - 5 - 8x^4$$

Veamos una forma práctica de hacerlo.

Para sumar o restar polinomios los encolumnamos y luego operamos.

¡Cuidado!

> *En cada columna ubicaremos a los monomios que sean semejantes.*

Entonces, el ejercicio anterior se puede resolver así:

$$\begin{array}{r} A_{(x)} = 3x^2 - 5 + 6x^7 \\ B_{(x)} = +x^2 \qquad + 2x^7 - 8x^4 \\ \hline A_{(x)} + B_{(x)} = 4x^2 - 5 + 8x^7 - 8x^4 \end{array}$$

Dados los polinomios:

$E_{(x)} = 3x - 6 + 9x^3$

y $G_{(x)} = 2 + 5x^3 - 4x^2$

Calcule, aplicando la regla práctica recientemente vista, $E_{(x)} + G_{(x)}$

$$\begin{array}{r} E_{(x)} = 3x - 6 + 9x^3 \\ G_{(x)} = \qquad + 2 + 5x^3 - 4x^2 \\ \hline E_{(x)} + G_{(x)} = 3x - 4 + 14x^3 - 4x^2 \end{array}$$

¡Recuerde!

¿Cómo se suprimen paréntesis precedidos por el signo menos?

Para suprimir paréntesis precedidos por el signo menos, bastará con cambiar los signos de los términos que encierra.

Por ejemplo:

$$4 - (-2 + 1 - 3) =$$
$$= 4 + 2 - 1 + 3$$

¿Cómo resolvería la resta de polinomios $H_{(x)} - J_{(x)}$?

Si:

$H_{(x)} = 6x^3 - 2x + x^5$ y

$J_{(x)} = 4x - 6x^5$

$$H_{(x)} - J_{(x)} = (6x^3 - 2x + x^5) - (4x - 6x^5)$$

$$H_{(x)} - J_{(x)} = 6x^3 - 2x + x^5 - 4x + 6x^5$$

$$H_{(x)} - J_{(x)} = 6x^3 - 6x + 7x^5$$

En forma práctica, bastará con **sumar a** $H_{(x)}$ **el opuesto de** $J_{(x)}$**, es decir** $-J_{(x)}$**.**

$$\begin{array}{r} H_{(x)} = 6x^3 - 2x + \ x^5 \\ -J_{(x)} = \qquad - 4x + 6x^5 \\ \hline H_{(x)} - J_{(x)} = 6x^3 - 6x + 7x^5 \end{array} \longrightarrow \text{opuesto de } J_{(x)}$$

Dados los siguientes polinomios:

$A_{(x)} = 2x - 3$

$B_{(x)} = 5x^4 + 4 - 6x$

$C_{(x)} = 3x^2 + 4x - 5x^4$

$D_{(x)} = x^4 - x^2 + 1$

Apliquemos lo aprendido:

1. $A_{(x)} + B_{(x)}$
2. $B_{(x)} + C_{(x)} + D_{(x)}$
3. $A_{(x)} - C_{(x)}$
4. $B_{(x)} - D_{(x)}$

1. $\boxed{A_{(x)} + B_{(x)}}$

$$\begin{array}{rl} A_{(x)} = & 2x - 3 \\ B_{(x)} = & -6x + 4 \;\; + 5x^4 \\ \hline A_{(x)} + B_{(x)} = & -4x + 1 \;\; + 5x^4 \end{array}$$

2. $\boxed{B_{(x)} + C_{(x)} + D_{(x)}}$

$$\begin{array}{rl} B_{(x)} = & 5x^4 + 4 - 6x \\ C_{(x)} = & -5x^4 \qquad + 4x + 3x^2 \\ D_{(x)} = & x^4 + 1 \qquad - \;\; x^2 \\ \hline B_{(x)} + C_{(x)} + D_{(x)} = & x^4 + 5 - 2x + \;\; 2x^2 \end{array}$$

3. $\boxed{A_{(x)} - C_{(x)}}$

$$\begin{array}{rl} A_{(x)} = & 2x - 3 \\ -C_{(x)} = & -4x \qquad - 3x^2 + 5x^4 \\ \hline A_{(x)} - C_{(x)} = & -2x - 3 - 3x^2 + 5x^4 \end{array}$$

4. $\boxed{B_{(x)} - D_{(x)}}$

$$
\begin{array}{rl}
B_{(x)} = & 5x^4 + 4 - 6x \\
-D_{(x)} = & -x^4 - 1 \qquad\qquad + x^2 \\
\hline
B_{(x)} - D_{(x)} = & 4x^4 + 3 \;\; - 6x \quad + x^2
\end{array}
$$

¡Recuerde!

> Ud estudió una propiedad llamada producto de potencias de igual base. ¿Cómo se enuncia? "En un producto de potencias de igual base, se deja la misma base y se suman los exponentes".

Es decir:

$$a^7 \cdot a \cdot a^4 = a^{7+1+4} = a^{12}$$

¿Cómo resolvería un **producto de monomios**?

Por ejemplo:

1. $5x^3.\left(-4.x^5y\right) = -20x^8y$
2. $a^4b^3 \cdot \left(-6a^3b\right) \cdot \left(-3a^2\right) = 18a^9b^4$
3. $\frac{2}{3}x \cdot \left(-\frac{1}{5}x^3\right) = -\frac{2}{15}x^4$

¿Qué pasos siguió para obtener el resultado?

1. Se multiplicaron los signos
2. Se multiplicaron los coeficientes
3. Se multiplicó la parte literal sumando los exponentes de las letras iguales

Dados los monomios:

$$P_{(x)} = 2x$$
$$Q_{(x;y)} = -x^3y$$
$$R_{(x;y)} = 6x^4y$$
$$S_{(y)} = -4y$$

Halle:

1. P.Q
2. Q.R
3. P.R.S

1. $P \cdot Q = 2x \cdot \left(-x^3y\right) = -2x^4y$
2. $Q \cdot R = -x^3y \cdot 6x^4y = -6x^7y^2$
3. $P \cdot R \cdot S = 2x \cdot 6x^4y \cdot (-4y) = -48x^5y^2$

Observe el ejercicio:

$$\left(3x^2 - 5x^3 + 4x^5\right) \cdot \left(-2x^6\right)$$

¿Qué propiedad aplicaría para resolver el producto de un polinomio por un monomio?

La propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma algebraica.

$$\left(3x^2 - 5x^3 + 4x^5\right) \cdot \left(-2x^6\right) = -6x^8 + 10x^9 - 8x^{11}$$

Al igual que con la multiplicación de números, lo podemos disponer así:

$$\begin{array}{cccc} 3x^2 & -5x^3 & + & 4x^5 \\ & \otimes -2x^6 & & \\ \hline -6x^8 & +10x^9 & - & 8x^{11} \end{array}$$

Resuelva, disponiéndolos en forma de cuenta, los siguientes productos:

1. $\left(-x + 4x^3 - 5\right) \cdot \left(-3x^2\right) =$

2. $\left(7 - 3x^4 + 6x^2 + x\right) \cdot 4x =$

1. $$\begin{array}{ccc} -x & +\ 4x^3 & -\ 5 \\ & \otimes -3x^2 & \\ \hline 3x^3 & -12x^5 & +15x^2 \end{array}$$

2. $$\begin{array}{c} 7 - 3x^4 + 6x^2 + x \\ \otimes 4x \\ \hline 28x - 12x^5 + 24x^3 + 4x^2 \end{array}$$

¿Cómo resolvería en forma práctica el **producto de los polinomios** expresados a continuación?

$\left(-3x^2+2x-5\right)\cdot\left(-6x+2\right)=$

$$\begin{array}{r}
-3x^2+2x-5 \\
\otimes -6x+2 \\
\hline
18x^3-12x^2+30x \\
-6x^2+4x-10 \\
\hline
18x^3-18x^2+34x-10
\end{array}$$

¿Qué pasos siguió?

1. Se efectuó el producto del polinomio multiplicando por cada uno de los monomios del multiplicador, encolumnando los monomios semejantes.
2. Se sumaron o restaron los monomios semejantes.

Dados los polinomios:

$A_{(x)}=3-5x^2+8x$

$B_{(x)}=6x^3-7x^4$

$C_{(x)}=-2x+4x^3-x^4$

$D_{(x)}=-1+x$

Resuelva, disponiéndolos en forma práctica:

1. $A_{(x)}\cdot D_{(x)}=$
2. $C_{(x)}\cdot B_{(x)}=$
3. $B_{(x)}\cdot D_{(x)}=$
4. $A_{(x)}\cdot B_{(x)}=$

1. $\boxed{A_{(x)}\cdot D_{(x)}=}$

$$\begin{array}{l}
\quad 3-5x^2+8x \\
\qquad \otimes -1+x \\
\hline
-3+5x^2\quad -8x \\
\quad +8x^2\quad +3x-5x^3 \\
\hline
-3+13x^2-5x-5x^3
\end{array}$$

2. $\boxed{C_{(x)}\cdot B_{(x)}=}$

$$\begin{array}{r}
-2x+4x^3-x^4 \\
\otimes\ 6x^3-7x^4 \\
\hline
-12x^4+24x^6-\ \ 6x^7 \\
-28x^7+14x^5+7x^8 \\
\hline
-12x^4+24x^6-34x^7+14x^5+7x^8
\end{array}$$

3. $\boxed{B_{(x)} \cdot D_{(x)} =}$

$$\begin{array}{r}
6x^3-7x^4 \\
\otimes -1+x \\
\hline
-6x^3+\ \ 7x^4 \\
6x^4-7x^5 \\
\hline
-6x^3+13x^4-7x^5
\end{array}$$

4. $\boxed{A_{(x)} \cdot B_{(x)} =}$

$$\begin{array}{r}
3-5x^2+8x \\
\otimes\ 6x^3-7x^4 \\
\hline
18x^3-30x^5+48x^4 \\
-56x^5-21x^4+35x^6 \\
\hline
18x^3-86x^5+27x^4+35x^6
\end{array}$$

Continuemos con la multiplicación de polinomios.

Resuelva, disponiéndolos en forma práctica, los siguientes productos:

1. $(a+b)\cdot(a+b)$
2. $(a+b)\cdot(a+b)\cdot(a+b)$
3. $(a+b)\cdot(a-b)$

1.
$$\begin{array}{r}
a+b \\
\otimes\ a+b \\
\hline
a^2+ab \\
ab+b^2 \\
\hline
a^2+2ab+b^2
\end{array}$$

2. Como el producto de los dos primeros factores fue resuelto en 1., bastará con multiplicar el resultado por el tercer factor.

$$
\begin{array}{r}
a^2+2ab+b^2 \\
\otimes\ a+b \\
\hline
a^3+2a^2b+\ ab^2 \qquad\qquad \\
a^2b+2ab^2+b^3 \\
\hline
a^3+3a^2b+3ab^2+b^3
\end{array}
$$

3.
$$
\begin{array}{l}
a+b \\
\otimes\ a-b \\
\hline
a^2 \cancel{+ab} \\
\qquad \cancel{-ab}-b^2 \\
\hline
a^2 \qquad\quad -b^2
\end{array}
$$

¿Recuerda el concepto de potenciación?

Veamos:

$m \cdot m = m^2$

$x \cdot x \cdot x = x^3$

Por lo tanto:

$(a+b)\cdot(a+b)$ puede expresarse como $(a+b)^2$ y

$(a+b)\cdot(a+b)\cdot(a+b)$ puede expresarse como $(a+b)^3$

Entonces, sinteticemos los resultados obtenidos en el ejercicio anterior:

$(a+b)\cdot(a+b)=a^2+2ab+b^2$ o sea

$\boxed{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$

Por lo tanto:

El cuadrado de un binomio es igual al cuadrado del primer término, más el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo

De la misma manera:

$(a+b)\cdot(a+b)\cdot(a+b)=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ o sea

$$\boxed{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$$

El cubo de un binomio es igual al cubo del primer término, más el triple del cuadrado del primero por el segundo, más el triple del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.

Finalmente,

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$$

$(a+b)\cdot(a-b)$ se llama **producto de la suma por la diferencia de dos términos.**

Para resolverlo, bastará con recordar que:

$$\boxed{(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2}$$

Es decir:

El producto de la suma por la diferencia de dos términos es igual al cuadrado del primero menos el cuadrado del segundo.

¿Cómo lo aplicamos?

$$(3+m)\cdot(3-m) = \underbrace{3^2}_{\text{el cuadrado del }1^{\text{ro}}} \underbrace{-}_{\text{menos}} \underbrace{m^2}_{\text{el cuadrado del }2^{\text{do}}}$$

Resuelva los siguientes productos aplicando la fórmula:

1. $(x+7)\cdot(x-7)$
2. $(y-1)\cdot(y+1)$
3. $(2a+3b)\cdot(2a-3b)$

1. $(x+7)\cdot(x-7) = x^2 - 7^2 = x^2 - 49$
2. $(y-1)\cdot(y+1) = y^2 - 1^2 = y^2 - 1$
3. $(2a+3b)\cdot(2a-3b) = (2a)^2 - (3b)^2 = 4a^2 - 9b^2$

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/polinomios/ejercicios-interactivos-de-suma-de-polinomios.html

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/polinomios/ejercicios-interactivos-de-polinomios.html

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/polinomios/ejercicios-interactivos-de-multiplicacion-de-polinomios.html

Actividad 2:
A continuación, realizaremos una actividad integradora. Recuerde que las respuestas las encontrará en la parte final del módulo en el apartado **"Act**

- **Ejercicio 1:**

Señale con una "x" a qué es igual la suma algebraica de los siguientes monomios $17x^5 + 3x^3 - 2x^5 - 3x^5 + 2x^3 + 5$

1.	$17x^5 + 5$	
2.	$12x^5 + 5x^3 + 5$	
3.	$22x^5 - 5x^3 + 5$	
4.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta	

- **Ejercicio 2:**

Señale con una "x"
Dados los polinomios:

$M_{(x)} = 2x^2 - 3 + 7x^5$ y $N_{(x)} = 3x^2 - 8x^4 + 2x^5 + 5$
$M_{(x)} - N_{(x)}$ es:

1.	$5x^5 + 8x^4 - x^2 - 8$	
2.	$9x^5 - 8x^4 + 5x^2 + 2$	
3.	$5x^5 - 8x^4 - 5x^2 + 8$	
4.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta	

- **Ejercicio 3:**

Señale con una "x"
Dados los monomios:

$A(x) = -3x$

$B(x) = -2x^4 y^2$

$C(x) = 5xy^2$

$A_{(x)}.B_{(x)}.C_{(x)}$ es :

1.	$30x^8y^4$	
2.	$30x^6y^4$	
3.	$10x^6y^4$	
4.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta	

- **Ejercicio 4:**

Señale con una "x"
Dados los polinomios:

$G_{(x)} = 4x^3 - 5 + 7x^2 - 5x^4$ y

$P_{(x)} = 14x^3 + 2 - 3x^4$

$G_{(x)} - P_{(x)}$ es:

1.	$18x^3 - 3 + 7x^2 - 8x^4$	
2.	$-14x^3 - 7 + 7x^2 - 2x^4$	
3.	$-10x^3 - 7 + 7x^2 - 8x^4$	
4.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta.	

- **Ejercicio 5:**

Señale con una "x" siendo:

$A_{(x)} = -3x^2 + 2x - 9$

$B_{(x)} = -2x + 5$

$A_{(x)} \cdot B_{(x)}$ es:

1.	$-6x^3 - 19x^2 + 28x + 45$	
2.	$6x^3 - 19x^2 + 28x - 45$	
3.	$6x^3 + 19x^2 - 28x - 45$	
4.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta.	

Ejercicio 6:

Señale con una “x”:
El resultado de la siguiente expresión $(m+2)^2$ es:

1.	$m^2 - 4m + 4$	
2.	$m^2 + 4m + 4$	
3.	$m^2 + 8m + 4$	
4.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta.	

Ejercicio 7:

Señale con una “x”:
El resultado de la siguiente expresión $(6\text{-}y)^2$ es:

1.	$36 + y^2$	
2.	$36 - y^2$	
3.	$36 - 12y - y^2$	
4.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta.	

¡Recuerde!

Ud estudió después del producto de potencias de igual base, recientemente aplicado, el cociente de potencias de igual base.

¿Cómo se enuncia?

"En un cociente de potencias de igual base se deja la misma base y se restan los exponentes"

Es decir:

$m^7 : m^5 = m^{(7-5)} = m^2$

¿Cómo resolvería un cociente de monomios?

Por ejemplo:

1. $(18a^4):(-6a^3) = -3a$
2. $(30x^8y^3):(-5xy^3) = -6x^7$
3. $(m^3x):x = m^3$

¿Qué pasos siguió para obtener el resultado?

1. Se aplicó la regla de los signos de la división.
2. Se dividieron los coeficientes.
3. Se dividió la parte literal, restando los exponentes de las letras iguales.

Dados los monomios:
$A = 24x^3y^6$
$B = -6x^2$
$C = 4x^3y^4$
$D = 2x^2y$

Halle:

1. A:B

   $(24x^3y^6):(-6x^2) = -4xy^6$

2. C:D

   $(4x^3y^4):(2x^2y) = 2xy^3$

3. A:C

   $(24x^3y^6):(4x^3y^4) = 6y^2$

Observe el ejercicio:

$$\left(8x^6y^3 - 6x^2y^9 + 2xy^3\right):\left(-2xy^3\right)$$

¡Qué propiedad aplicaría para resolver el **cociente de un polinomio por un monomio**?

La propiedad distributiva de la división con respecto a la suma algebraica.

¿Cuál es el polinomio cociente?

$$\left(8x^6y^3 - 6x^2y^9 + 2xy^3\right):\left(-2xy^3\right) = -4x^5 + 3xy^6 - 1$$

Veamos ahora, cómo se resuelve una **división de polinomios.**

El método de resolución que a continuación aplicaremos **no será evaluado**, pero se lo hacemos conocer para que pueda compararlo con la Regla de Ruffini que luego desarrollaremos.

A continuación, relacionaremos la división de polinomios con la división de números.

$$\begin{array}{l|l} 76 & 5 \\ \hline \end{array}$$

dividimos 7 : 5 = 1

$$\begin{array}{l|l} 76 & 5 \\ \cline{2-2} & 1 \end{array}$$

Multiplicamos el cociente por el divisor (1.5=5) y lo **restamos** a 7.

$$\begin{array}{l|l} 76 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 1 \\ \cline{1-1} 2 & \end{array}$$

Para continuar la división agregamos el 6

$$\begin{array}{l|l} 76 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 1 \\ \cline{1-1} 26 & \end{array}$$

y repetimos el procedimiento

$$\begin{array}{l|ll} 76 & 5 & \\ \cline{2-2} -5 & 15 & \text{cociente} \\ \cline{1-1} 26 & & \\ -25 & & \\ \cline{1-1} 1 \} \text{resto} & & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 6x^2 - x - 5 & 3x - 2 \\ \hline \end{array}$$

dividimos $6x^2 : 3x = 2x$

$$\begin{array}{l|l} 6x^2 - x - 5 & 3x - 2 \\ \cline{2-2} & 2x \end{array}$$

Multiplicamos el cociente por el divisor $2x \cdot (3x - 2) = 6x^2 - 4x$ y lo **restamos** al dividendo (recuerde que para restar debe cambiar los signos del sustraendo)

$$\begin{array}{l|l} \cancel{6x^2} - x - 5 & 3x - 2 \\ \cline{2-2} -\cancel{6x^2} + 4x & 2x \\ \cline{1-1} 3x & \end{array}$$

Para continuar la división agregamos el monomio siguiente

$$\begin{array}{l|l} \cancel{6x^2} - x - 5 & 3x - 2 \\ \cline{2-2} -\cancel{6x^2} + 4x & 2x \\ \cline{1-1} 3x - 5 & \end{array}$$

y repetimos el procedimiento

$$\begin{array}{l|l} \cancel{6x^2} - x - 5 & 3x - 2 \\ \cline{2-2} -\cancel{6x^2} + 4x & 2x + 1 \\ \cline{1-1} \cancel{3x} - 5 & \\ -\cancel{3x} + 2 & \\ \cline{1-1} -3 \} \text{ resto} & \end{array}$$

Observe que:

1. Los polinomios dividendo y divisor deben estar ordenados en forma decreciente con respecto a una misma letra.
2. El polinomio dividendo debe estar completo.
3. El grado del resto de la división debe ser menor que el del divisor.

La **Regla de Ruffini,** es un caso especial de división de polinomios, pues sólo permite resolver cocientes de polinomios con las siguientes particularidades:

a. el dividendo, debe ser un polinomio completo y ordenado en forma decreciente con respecto a su variable.
b. el divisor, un polinomio de la forma "x + a" o "x - a", es decir un binomio de primer grado, con coeficiente principal 1.

Para resolver el cociente $\left(2x^3 - 4x^2 + 7x - 5\right) : \left(x + 1\right)$ aplicando la Regla de Ruffini se procede así:

Primero, verificamos que ambos polinomios cumplan las condiciones enunciadas en a. y b., trabajamos sólo con los coeficientes del polinomio dividendo, disponiéndolos del siguiente modo:

(2 x^3 - 4 x^2 +7 x -5) : (x +1)

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -4 & 7 & -5 \\ -1 & & & & \\ \hline \end{array}$$

– 1 (cambiando el signo)

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -4 & 7 & -5 \\ -1 & & & & \\ \hline & 2 & & & \end{array}$$

el primer coeficiente del resultado es igual al primer coeficiente del dividendo.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & \boxed{-4} & 7 & -5 \\ -1 & & -2 & & \\ \hline & 2 & -6 & & \end{array}$$

x

el segundo coeficiente del resultado se obtiene así:

$-1 \;.\; 2 = -2$

$\boxed{-4} - 2 = -6$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -4 & 7 & -5 \\ -1 & & -2 & 6 & \\ \hline & 2 & -6 & 13 & \end{array}$$

x

el tercer coeficiente se obtiene repitiendo el procedimiento anterior.

$-1 \;.\; (-6) = 6$
$7 + 6 = 13$

	2	− 4	7	− 5	
− 1		− 2	6	− 13	
	2	− 6	13	$\boxed{-18}$	resto
x					

del mismo modo
$-1 \cdot 13 = -13$
$-5 - 13 = -18$

Finalmente, se arma el polinomio resultado. Este es completo y ordenado decrecientemente y de un grado menor que el dividendo.

Por lo tanto:
$(2x^3 - 4x^2 + 7x - 5) : (x + 1) = \boxed{2x^2 - 6x + 13}$

resto: − 18

Resuelva, aplicando la Regla de Ruffini.

$(x^2 - 15x + 24) : (x - 4)$

	1	− 15	24	
4		4	− 44	
	1	− 11	$\boxed{-20}$	resto

Rta: C= x − 11
R= −20

¿En cuáles de los siguientes cocientes puede aplicar la Regla de Ruffini? Justifique su respuesta (si lo considera necesario, vuelva a leer las características que deben tener los polinomios dividendo y divisor).

1. $(3x^2 + 4x - 5) : (x - 8)$
2. $(2y^4 - 3 + 5y) : (y + 8)$
3. $(7x - 3x^4 + 2x^3 - 1) : (5x - 3)$
4. $(6x^2 - 3y^3 + 8m^4) : (x - 1)$

En 1. se puede aplicar la regla de Ruffini porque el dividendo es un polinomio completo y ordenado en x y el divisor es un polinomio de la forma x − a.

En 2. se puede aplicar, porque el dividendo es un polinomio en "y" que puede completarse y ordenarse.

En 3. no puede aplicarse porque el divisor no es de la forma x – a.

En 4. no puede aplicarse porque el dividendo no es polinomio completo y ordenado en una variable.

Actividad 3:

A continuación, realizaremos una actividad integradora. Recuerde que las respuestas las encontrará en la parte final del módulo en el apartado **"Actividades (Respuestas)"**.

Ejercicio 1:

Señale con una "x".

Dada la siguiente división: $\left(m^3 + m - 10 - 3m^2\right) : (m - 2)$ su cociente es:

1.	$m^3 - 1m^2 - m$	
2.	$-m^2 + m - 1$	
3.	$m^2 - m - 1$	
4.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta.	

Ejercicio 2:

Señale con una "x".

En la división: $\left(4b^3 - 8 + b - 2b^2\right) : (b\text{-}4)$ el cociente es:

1.	$4b^2 + 18b + 73$	
2.	$-4b^2 - 18b - 73$	
3.	$4b^2 - 18b - 73$	
4.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta.	

Actividad 4:

A continuación, realizaremos una actividad integradora. Recuerde que las respuestas las encontrará en la parte final del módulo en el apartado **"Actividades (Respuestas)"**.

Ejercicio 1:

Siendo:

$A_{(x)} = -2x^2 + 5x - 6$
$B_{(x)} = 4x^2 - 3x + 5$
$C_{(x)} = x - 4$
$D_{(x)} = x + 2$
$E_{(x)} = 3x$

Halle:

1. $A_{(x)} - B_{(x)}$
2. $A_{(x)} + B_{(x)} - C_{(x)}$
3. $A_{(x)} \otimes E_{(x)}$
4. $B_{(x)} \otimes E_{(x)}$
5. $A_{(x)} \otimes C_{(x)}$
6. $A_{(x)} \otimes D_{(x)}$
7. $B_{(x)} \otimes C_{(x)}$
8. $C_{(x)} \otimes D_{(x)}$
9. $A_{(x)} : C_{(x)}$
10. $A_{(x)} : D_{(x)}$
11. $B_{(x)} : C_{(x)}$
12. $C^2_{(x)}$
13. $D^2_{(x)}$

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/polinomios/ejercicios-interactivos-de-la-regla-de-ruffini.html

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/polinomios/ejercicios-y-problemas-de-polinomios.html

ECUACIONES

Dado $x + 3 = 7$

¿Es verdadero lo escrito si x = 6?

No.

¿Por qué?

Porque 6 + 3 ≠ 7

Analice qué obtiene para los siguientes valores de x:

X = 4
X = 9
X = 100

para x = 4	$4 + 3 = 7$	
para x = 9		$9 + 3 \neq 7$
para x = 100	$100 + 3 \neq 7$	

¿Obtuvo una igualdad con alguno de estos valores?

Sí para x = 4

Esta expresión x + 3 = 7 es una igualdad que se cumple para un valor de x (en este caso para x = 4). Se llama **ecuación**.

x se llama **incógnita.**

Resolver la ecuación, significa hallar el valor de la incógnita para el cual se cumple la igualdad.

Para hallar ese valor, es necesario despejarla.

Consideremos la ecuación.

$x + 8 = 10$

Para despejar x debemos pasar el número 8 del primer miembro al segundo.

$$x = 10 - 8$$
$$\boxed{x = 2}$$

Éste es el valor de la incógnita. Se llama **raíz de la ecuación.**

Nota

Para evitar confusiones es muy importante que al resolver una ecuación coloque los signos =, las incógnitas y los números que permanecen en los mismos miembros, encolumnados (siempre que sea posible).

Para verificar si el resultado obtenido es correcto, bastará con reemplazar la incógnita por éste, en la ecuación dada y obtener una igualdad.

Efectuemos la verificación del ejercicio anterior.

$$x + 8 = 10$$
$$\downarrow$$
$$2 + 8 = 10$$
$$10 = 10$$

Recuerde que el valor de la incógnita es $\boxed{x = 2}$

Obtuvimos una igualdad. Eso significa que 2 es el valor correcto de **x**.

Resuelva esta ecuación y efectúe la comprobación.

$$-6 + x = 3$$

$$x = 3 + 6$$

$$\boxed{x = 9}\ \textbf{raíz}$$

Comprobación.

$$-6 + x = 3$$

$$-6 + 9 = 3$$

3 = 3 → El valor hallado para x es el correcto, pues al reemplazarlo en la ecuación, el primer miembro es igual al segundo.

Resolvamos esta ecuación:

$-5 + 3 - x = 6 - 2x$

Observe

Los términos; algunos tienen incógnita otros no.
Los que no tienen incógnita se llaman INDEPENDIENTES.

Para resolver esta ecuación agrupamos los términos que tienen incógnita (términos semejantes) en un miembro y los independientes, en el otro.

$$-5 + 3 - x \quad = \quad 6 - 2x$$

$$\underbrace{-x + 2x}_{\text{términos semejantes}} \quad = \quad \underbrace{6 + 5 - 3}_{\text{términos independientes}}$$

$$\boxed{x = 8} \rightarrow \textbf{raíz}$$

Efectuemos la comprobación.

$$-5 + 3 - x = \mathbf{6 - 2 \cdot x}$$

$$-5 + 3 - 8 = \mathbf{6 - 2 \cdot 8}$$

$$-10 = \mathbf{6 - 16}$$

$$-10 = \mathbf{-10}$$

PASAJE DE FACTORES Y DIVISORES

Dada la igualdad

a) $3 \cdot 4 = 12$

Complete, en la línea de puntos, la operación que corresponda.

b) $3 = 12 : 4$

Observe el número 4 y responda:

¿En qué miembro se encuentra el número 4 en a)?

En el primer miembro.

¿En qué miembro se encuentra en número 4 en b)?

En el segundo miembro.
¿Qué operación está efectuando en el primer miembro?

Está efectuando una *multiplicación*.

¿Y en el segundo miembro?

Está efectuando una *división*.

Por lo tanto:

$3 \cdot 4 = 12$

$4 = 12 : 3$

Al cambiar de miembro cambió de operación; pasó de **multiplicar** a **dividir**.

Veamos otro ejemplo:

1)8 : 2 = 4

Complete, en la línea de puntos, la operación que corresponda:

2)8 = 4 . 2

Fije su atención en el número 2 y responda:

¿En qué miembro se encuentra el número 2 en 1)?
En el primer miembro.

¿En qué miembro se encuentra en número 2 en 2)?

En el segundo miembro.

¿Qué operación está efectuando en el primer miembro?

Está efectuando una *división*.

¿Y en el segundo miembro?

Está efectuando una *multiplicación*.

Por lo tanto:

$8 : 2 = 4$

$2 \cdot 4 = 8$

Al cambiar de miembro cambió de operación: pasó de **dividir** a **multiplicar**.

¿Qué regla puede enunciar?

> Si un número está en un miembro de una igualdad multiplicando, pasa al otro miembro dividiendo y viceversa. Es decir, pasa con la operación inversa.

Resolvamos las siguientes ecuaciones:

1) $3 \,.\, x = 27$

$x = 27 : 3$

$\boxed{x = 9}$

Comprobación:

$3 \,.\, x = 27$

$3 \,.\, 9 = 27$

$27 = 27$

2) $x : 10 = 7$

$x = 7 \,.\, 10$

$\boxed{x = 70}$

Comprobación:

$X : 10 = 7$

$70 : 10 = 7$

3) $\frac{2x}{3} = 4$

$x = 4 \,.\, 3$

$x = 12 : 2$

$\boxed{x = 6}$

Comprobación:

$\frac{2x}{3} = 4$

$\frac{2.6}{3} = 4$

$\boxed{x = 4}$

Combinemos los pasajes vistos hasta el momento

4) $23 - 2x = 7x + 5$

Agrupamos los términos que tienen incógnita, en un miembro, y los independientes en el otro.

23 – 5 = 7x + 2x

Elegimos en este caso el segundo miembro para las incógnitas pues de ese modo obtenemos un resultado positivo.

18 = 9x

$\frac{\cancel{18}^2}{\cancel{9}_1} = x$ Recuerde que 18 **:** 9 se puede expresar $\frac{18}{9}$

$\boxed{2 = x}$

¿Qué pasaría si las incógnitas se agrupan en el primer miembro y los términos independientes en el segundo?

23 – 2x = 7x + 5
–2x – 7x = 5 – 23
– 9 x = – 18

Atención:

El número que está multiplicando pasa dividiendo, pero conserva su signo.
Entonces

$x = \frac{-\cancel{18}^2}{-\cancel{9}_1}$ $\boxed{x = 2}$

Obtuvimos el mismo resultado.

5)2 **.** (4 – y) = 4y – 22

Observe el primer miembro. *¿Cuál es la operación indicada?*

Una multiplicación.

¿Qué propiedad debemos aplicar para resolverla?

La propiedad distributiva.

Por lo tanto:

2 **.** (4 – y) = 4y – 22 luego procedemos como en el ejercicio anterior.

8 – 2y = 4y – 22

– 2y – 4y = – 22 – 8

– 6y = – 30

$y = \frac{-30^5}{-6_1}$

$\boxed{y = 5}$

LENGUAJE SIMBÓLICO

Algunas veces nos encontramos con la necesidad de resolver un problema similar al siguiente:

Debemos dividir 650 litros de nafta entre dos talleres.

A uno de ellos debemos darle 120 litros más que al otro. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

Quizás, la mayor dificultad se presente al querer plantearlo.

¿Por qué ocurre eso?

Porque no estamos habituados a pasar del lenguaje coloquial (aquel con que nos expresamos permanentemente) al lenguaje simbólico.

De ahora en más, trataremos de ir adquiriendo esta habilidad.

Para ello, comenzaremos por lo más sencillo.

Por ejemplo, si de pronto deseamos calcular un número, esa es nuestra incógnita.
Recuerde como nombramos a las incógnitas en las ecuaciones:

Con letras

Entonces, si nos referimos a una incógnita, bastará con usar **una letra**.

Por ejemplo:

Lenguaje coloquial		Lenguaje simbólico
Un número	→	x (o la letra que desee)
El duplo de un N°	→	2.x
El triplo de un N°	→	3.x
El cuádruplo de un N°	→	4.x
La mitad de un N°	→	$\frac{x}{2}$
La tercera parte de un N°	→	$\frac{x}{3}$
La cuarta parte de un N°	→	$\frac{x}{4}$
Un n° disminuido en 7 unidades	→	x – 7
Un N° aumentado en 3 unidades	→	x + 3
El duplo de un N° disminuido en 5 unidades	→	2 x – 5
El producto de dos Nros	→	x . y
La suma de dos Nros	→	x + y
El cociente de dos Nros	→	$\frac{x}{y}$

De este modo, podemos plantear nuestro problema inicial.

x será la cantidad de litros que le corresponde a uno de los talleres y, x+120 la cantidad de litros que le corresponde al otro.

Sabemos que la suma de ambas cantidades debe dar 650. Entonces:

x + x + 120 = 650

Ahora nos resta resolver la sencilla ecuación.

2x = 650 – 120

$$x = \frac{530}{2}$$

$\boxed{x = 265}$

A un taller le corresponde 265 litros y al otro.

x + 120 = 265 +120 = $\boxed{385}$

Verifiquemos:

Para ello: $\boxed{265 + 385 = 650}$. Si sumamos lo que le corresponde a cada taller debe dar 650 o sea el total. Es correcto el resultado.

Resolveremos algunos problemas:

1. Un número disminuido en seis unidades es igual a 20. ¿Cuál es el número?

Un número → x

disminuido

x – 6 = 20

x = 20 + 6

$\boxed{x = 26}$

Verificación:

Si al número 26 se lo disminuye en 6 unidades

26 – 6 = se obtiene 20

2. Si a un número le sumamos su duplo obtendremos 39. ¿Cuál es ese número?

Un número → a

Duplo del número → 2a

a + 2a = 39

3a = 39

$$a = \frac{39}{3}$$

$\boxed{a = 13}$

Verificación:

a = 13

duplo de a = 2a = 2 . 13 = 26

13 + 26 = 39

3. El duplo de, un número aumentado en cinco unidades, es igual a 14. ¿Cuál es ese número?

Antes de plantear el problema debemos tener en cuenta que:

Los paréntesis sirven como signos de puntuación, en el lenguaje matemático.

Por ello, reemplazamos las comas por paréntesis y expresamos el enunciado así:

2 (x + 5) = 14

Resolvemos la ecuación:

$$x + 5 = \frac{14}{2}$$

$$x = 7 - 5$$

$$\boxed{x = 2}$$

Verificación:

Un número aumentado en cinco unidades es:

x + 5 = 2 + 5 = 7

El duplo es: 2 . 7 = 14

Actividad 5:
Para aplicar lo visto le sugiero que realice la siguiente actividad. Recuerde que las respuestas las encontrará, en la parte final, apartado **"Actividades (Respuestas)"**.

- **Ejercicio 1:**
  Hallar el valor de la incógnita:

a. x + 7 = 3

b. x – 5 = 1

c. 3 – 5 = 6 + x – 2

d. 4 + x + 1 = 6 – 7

e. – 1 + 2 – 5 = – 8 – x + 1

f. 3x = 27

g. x : 10 = 7

h. $\frac{x}{-4} = -8$

i. $\frac{-4x}{3} = 2 \cdot (-12)$

j. $\frac{3 \cdot x \cdot (-2)}{5} = 2 \cdot (-9)$

k. $-7 + 2 = \frac{x \cdot (-1)}{3}$

l. $\frac{x+3}{4}=8$

m. $\frac{x}{2}+9=3$

n. 2x − 10 = − 2 . (− 3)

o. 7 . (x + 5) = 21

p. 6 x − 9 = 3 + 2 x

q. − 3 x + 4 = 2x − 1

r. 5 . (2x − 5) = 15x

s. 4 . (x − 5) − 7 = − 47

t. 7x + 1 = 5x + 9

u. 3 . (x − 5) + 5x = 25

v. 2 . (3x + 1) − 4 = − 2 + 5x

w. $\frac{5x}{-4}-2=-17$

- **Ejercicio 2:**
Expresar en lenguaje simbólico:

a. Un número aumentado en dos unidades.
b. Un número disminuido en diez unidades.
c. El triplo de un número aumentado en dos unidades.
d. La mitad de un número, disminuido en tres unidades.
e. La suma de un número y su duplo.
f. El consecutivo de un número
g. El cuádruplo de un número aumentado en siete unidades.
h. El duplo de, un número disminuido en cuatro unidades.

- **Ejercicio 3:**
Plantear y resolver los siguientes problemas:

a. Un número aumentado en cien unidades es igual a doscientos cinco. ¿Cuál es el número?
b. El triplo de un número disminuido en una unidad es igual a diecisiete. ¿Cuál es el número?
c. El duplo de, un número aumentado en quince unidades, es igual a cincuenta. ¿Cuál es el número?
d. El duplo de un número disminuido en seis unidades es igual al número aumentado en siete. ¿Cuál es el número?
e. La suma de un número y su consecutivo es igual a cuarenta y uno. ¿Cuáles son esos números?

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/ecuaciones/ejercicios-interactivos-de-ecuaciones.html

ECUACIONES CUADRÁTICAS O DE SEGUNDO GRADO

Toda ecuación de segundo grado tiene la forma: $ax^2+bx+c=0$ y se resuelve con la **fórmula general de las raíces de una ecuación de segundo grado**:

$$\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

Ejemplo 1:

En la ecuación $\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}=0$ tenemos que: $a=\frac{1}{2};b=-1;c=-\frac{3}{2}$

aplicando la fórmula: $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2}\right)}}{2.\frac{1}{2}}=\dfrac{1\pm\sqrt{1+3}}{1}=1\pm\sqrt{4}=1\pm2$

y las raíces (o soluciones de la ecuación) son: $x_1=1+2=3$ y $x_2=1-2=-1$

es decir: $\boxed{x_1=3}$ y $\boxed{x_2=-1}$

Si la ecuación está incompleta, también se puede proceder de la siguiente manera:

Ejemplo 2:

En la ecuación $-2x^2+8=0$ el término lineal es 0, es decir b=0. Entonces, podemos reemplazar en la fórmula o despejar de la siguiente manera:

$-2x^2+8=0\Rightarrow x^2=\frac{-8}{-2}=4\Rightarrow\sqrt{x^2}=\sqrt{4}\Rightarrow|x|=2\Rightarrow x=2\wedge x=-2$

es decir: $\boxed{x_1=2}$ y $\boxed{x_2=-2}$

Ejemplo 3:

En la ecuación $6x^2-36x=0$ el término independiente es 0, c=0. Entonces, podemos reemplazar en la fórmula o despejar de la siguiente manera:

$6x^2-36x=0$
sacando factor común x:
$x(6x-36)=0\Rightarrow x=0\wedge 6x-36=0\Rightarrow x=0\wedge x=\frac{36}{6}=6$

es decir: $\boxed{x_1=0}$ y $\boxed{x_2=6}$

Actividad 6

Para aplicar lo visto le sugiero que realice la siguiente actividad. Recuerde que las respuestas las encontrará, en la parte final, apartado **“Actividades (Respuestas)”**.

▸ **Ejercicio 1:**

Encuentra las raíces de las siguientes ecuaciones.

a) $25x^2 - 1 = 0$

b) $\frac{1}{4}x^2 - 9 = 0$

c) $x^2 + \frac{9}{4} = 0$

d) $\frac{4}{3}x^2 - \frac{7}{2}x = 0$

e) $22x^2 - 3x = 21x + 14x^2$

f) $-21x^2 + 16x = \frac{7}{2}x - \frac{3}{4}x^2$

g) $15x^2 - 11x + 2 = 0$

h) $8x^2 - 14x + 3 = 0$

Actividad en Internet:

En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/ecuaciones/ejercicios-interactivos-de-las-soluciones-de-la-ecuacion-de-2o-grado-2.html

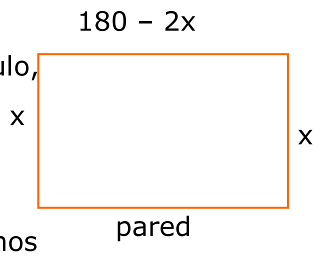
https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/ecuaciones/ejercicios-interactivos-de-ecuaciones-de-segundo-grado-incompletas-2.html

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Las ecuaciones de segundo grado se utilizan para resolver infinidad de problemas. Observa el siguiente

Ejemplo:

Se quiere construir un cerco alrededor de un campo rectangular, en el que uno de los lados está ocupado por una pared. Si necesita 1800 metros de cerco y el área del campo es $4000m^2$, ¿cuáles son las dimensiones del campo?



Si llamamos x a uno de los lados iguales del rectángulo, el otro lado será 180 – 2x. El área del campo es el producto de los lados:

$$x.(180 - 2x) = 4000$$
$$180x - 2x^2 = 4000$$

la ecuación que queda determinada es una ecuación de segundo grado, para resolverla primero la igualamos a cero, y luego aplicamos la fórmula de las raíces:

$$2x^2 - 180x + 4000 = 0 \qquad \text{es:} \quad a = 2, b = -180, c = 4000$$

entonces: $x = \dfrac{-(-180) \pm \sqrt{(-180)^2 - 4.2.4000}}{2.2} = \dfrac{180 \pm \sqrt{400}}{4} = \dfrac{180 \pm 20}{4}$

y las dos soluciones de la ecuación son : $x_1 = \frac{180+20}{4}$ y $x_2 = \frac{180-20}{4}$

$x_1 = 50$ $x_2 = 40$

Hay dos posibles soluciones: las dimensiones son 50 por 80 ó 40 por 100.

Actividad 7
Para aplicar lo visto le sugiero que realice la siguiente actividad. Recuerde que las respuestas las encontrará, en la parte final, apartado **“Actividades (Respuestas)”**.

- **Ejercicio 1:**
  Resuelva las siguientes situaciones problemáticas:
  a) Encuentra dos números consecutivos cuyo producto sea 110.

  b) La base de un triángulo supera a la altura en 5cm. Si el área es $84cm^2$, calcula la longitud de la base y la de la altura.

  c) Halla tres números naturales consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 434.

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://drive.google.com/file/d/1kAzC_kGMZBhWpnc__nM1wkA9Rsw88JbL/view?usp=sharing

FACTOREO DE POLINOMIOS

Factorear un polinomio significa transformarlo en un producto de polinomios primos.

Para factorear polinomios se utilizan distintos recursos según “la forma” del mismo. Estos distintos procedimientos constituyen los llamados “casos” de factores, que pasamos a considerar.

FACTOR COMÚN

Un número y/o variables es factor común en un polinomio, si figura en cada término del polinomio como factor. En la práctica, extraemos el factor común y expresamos el polinomio original como el producto de ese factor por el polinomio que resulta de dividir cada término del polinomio original por dicho factor común.

Ejemplo:
$18x^2y - 9x^2y^2 + 36xyz = 9xy \cdot 2x - 9xy \cdot xy + 9xy \cdot 4z$
Observa que el factor común a los tres términos del polinomio es 9xy
Comúnmente este primer paso no se hace y se escribe directamente el factor común multiplicado por el polinomio que resulta de dividir el polinomio original por dicho factor común.
$18x^2y - 9x^2y^2 + 36xyz = 9xy \cdot (2x - xy + 4z)$

Otro ejemplo:

$$-\frac{3}{4}x^4+\frac{9}{4}x^3-\frac{9}{16}x^2=\frac{3}{4}x^2\cdot\left(-x^2+3x-\frac{3}{4}\right)$$

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Recuerda la fórmula del cuadrado de un binomio: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

El segundo miembro de esta igualdad es un trinomio cuadrado perfecto: dos términos (el primero y el tercero) son cuadrados perfectos y el segundo término es el doble producto de las bases de esos cuadrados.
Ahora se trata de hacer la operación inversa al desarrollo del cuadrado del binomio, es decir, nos dan un trinomio cuadrado perfecto y debemos escribirlo como el cuadrado de un binomio, cuando hacemos esto, estamos factoreando ya que $(a+b)^2$ es multiplicar $(a+b)\cdot(a+b)$ por definición de potencia.
En la práctica, cuando nos da un trinomio, debemos encontrar: dos términos que sean cuadrados perfectos, obtener sus bases y verificar que el tercer término sea el doble producto de esas dos bases. Si se cumplen estos requisitos, podemos escribir el binomio cuadrado cuyos términos son las bases obtenidas.

Ejemplo 1:

$$x^2+8x+16=$$
$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$
$$x \qquad\qquad 4$$

x^2 y 16 son los cuadrados perfectos de x y 4 (que son las bases)
El doble producto de estas bases es $2\cdot x\cdot 4=8x$ (que es el tercer término)
Entonces podemos escribir que:

$$x^2+8x+16=(x+4)^2$$

Ejemplo 2:
El factoreo del trinomio $\frac{9}{16}x^4y^2+1-\frac{3}{2}x^2y$ es:

$$\frac{9}{16}x^4y^2+1-\frac{3}{2}x^2y=\left(\frac{3}{4}x^2y-1\right)^2$$

Observa que $\frac{9}{16}x^4y^2$ y -1 son los cuadrados perfectos de $\frac{3}{4}x^2y$ y -1 (bases)

El doble producto de las bases es: $2\cdot\frac{3}{4}x^2y\cdot(-1)=-\frac{3}{2}x^2y$

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

Recuerda la fórmula del producto de la suma por la diferencia de dos términos: $(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$

En el que en el segundo miembro de la igualdad tenemos la diferencia de los cuadrados de los dos números. Inversamente, la diferencia de los cuadrados de los números será igual al producto de la suma de esos números por la diferencia de los mismos.

En la práctica, cuando se nos da una diferencia de cuadrados, hallamos sus bases y escribimos el producto de la suma, por la diferencia de los mismos.
<u>Ejemplo</u>:

$$\begin{array}{cc} 4a^2 & -\frac{1}{9}b^4c^2 \\ \downarrow & \downarrow \\ 2a & \frac{1}{3}b^2c \end{array}$$

Por lo tanto: $4a^2-\frac{1}{9}b^4c^{2}=\left(2a+\frac{1}{9}b^2c\right)\cdot\left(2a-\frac{1}{9}b^2c\right)$

También $\longrightarrow$ $=\left(2a-\frac{1}{9}b^2c\right)\cdot\left(2a+\frac{1}{9}b^2c\right)$

Obviamente. Los resultados son equivalentes (propiedad conmutativa de a multiplicación)

Actividad 8

Para aplicar lo visto le sugiero que realice la siguiente actividad. Recuerde que las respuestas las encontrará, en la parte final, apartado **“Actividades (Respuestas)”**.

- **Ejercicio 1:**
  Factorea las siguientes expresiones extrayendo factor común:

  a) $6x - 3xy + 3x - 2x^2 =$ b) $\frac{16}{15}x^7 - \frac{2}{3}x^5 - \frac{8}{9}x^3 + \frac{4}{3}x^2$

  c) $\frac{7}{6}m^5x^3y + \frac{7}{3}m^6nx^2 - \frac{14}{15}m^3n^2x$ d) $\frac{3}{4}\pi x^2 - \frac{7}{4}\pi^2 x + \frac{5}{4}\pi^3 x^3$

- **Ejercicio 2:**
  Factorea los siguientes trinomios cuadrados perfectos:

  a) $1 + \frac{9}{16}x^6 - \frac{3}{2}x^3$ b) $\frac{x^2}{4} + y^2 - xy$

  c) $9y^2 + 12xy + 4x^2$ d) $\frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{5}xy + \frac{9}{25}y^2$

- **Ejercicio 3:**
  Factorea las siguientes diferencias de cuadrados:

  a) $64x^2 - \frac{1}{9}x^2y^6$ b) $81x^6 - \frac{1}{16}y^2$

  c) $\frac{81}{49}x^6 - 1$ d) $\frac{144}{25}x^4 - \frac{1}{4}$

Actividad en Internet:

En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/polinomios/factorizacion-de-un-polinomio.html#tema_doble-extraccion-de-factor-comun

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/ecuaciones/ejercicios-interactivos-de-la-factorizacion-de-un-trinomio-de-2o-grado.html

ACTIVIDADES (RESPUESTAS)

Actividad 1:

Ejercicio 1:

Halle el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas:
a) $5m^2 - 4pq + 3n$, siendo m=-2; p=1; q=-3; n=2

b) $2ab + 2m - 3x$,siendo a=-1; b=3; m=-2; x=-3

c) $5p - 4pr - 2st$, siendo p=1; r=-2; s=5; t=-1

Respuesta:

a) $5m^2 - 4pq + 3n$, siendo m=-2; p=1; q=-3; n=2

$$5.(-2)^2 - 4.1.(-3) + 3.2 =$$
$$= 5.4 + 12 + 6 =$$
$$= 20 + 12 + 6 = 38$$

b) $2ab + 2m - 3x$,siendo a=-1; b=3; m=-2; x=-3

$$2.(-1).3 + 2.(-2) - 3.(-3) =$$
$$= -6 - 4 + 9 = -1$$

c) $5p - 4pr - 2st$, siendo p=1; r=-2; s=5; t=-1

$$5.1 - 4.1.(-2) - 2.5.(-1) =$$
$$= 5 + 8 + 10 = 23$$

Ejercicio 2:

Indique qué monomio es semejante a: $\frac{2}{3}m^2x$

Respuesta:

5.	$8xm^2$	**x**
6.	$-6x^2m$	
7.	$-3x^3m$	
8.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta	

Ejercicio 3:

Escriba el grado de los siguientes monomios:

Respuesta:

4.	$2a^2b$	3
5.	$\frac{3}{2}x^2y^3$	5

6.	$-5x^2yz$	4

Ejercicio 4:
Escriba el grado de los siguientes polinomios:

Respuesta:

4.	$3x^2 + 5x^7 - 3x^3 + 2$	7
5.	$\frac{5}{2}x + 2x^6 - 3x^5 + 1$	6
6.	$7x + 2x^5 + 3x^2 - 5x^3$	5

Ejercicio 5:
Señale con una X.
El polinomio $F_{(x)} = \frac{1}{2}x + 3x^2 - 3 + x^5$ ordenado en forma decreciente y completo es:

Respuesta:

5.	$x^5 + 3x^2 + \frac{1}{2}x - 3$	
6.	$\frac{1}{2}x + 3x^2 + x^5 - 3$	
7.	$x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 3x^2 + \frac{1}{2}x - 3$	**x**
8.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta	

Actividad 2:

Ejercicio 1:
Señale con una "x" a qué es igual la suma algebraica de los siguientes monomios $17x^5 + 3x^3 - 2x^5 - 3x^5 + 2x^3 + 5$

Respuesta:

5.	$17x^5 + 5$	
6.	$12x^5 + 5x^3 + 5$	**x**
7.	$22x^5 - 5x^3 + 5$	
8.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta	

Ejercicio 2:
Señale con una "x"

Dados los polinomios:
$M_{(x)} = 2x^2 - 3 + 7x^5$ y $N_{(x)} = 3x^2 - 8x^4 + 2x^5 + 5$
$M_{(x)} - N_{(x)}$ es:

Respuesta:

5.	$5x^5 + 8x^4 - x^2 - 8$	**x**
6.	$9x^5 - 8x^4 + 5x^2 + 2$	
7.	$5x^5 - 8x^4 - 5x^2 + 8$	
8.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta	

Ejercicio 3:
Señale con una "x"

Dados los monomios:

$A(x) = -3x$

$B(x) = -2x^4 y^2$

$C(x) = 5xy^2$

$A_{(x)}.B_{(x)}.C_{(x)}$ es :

Respuesta:

5.	$30x^8y^4$	
6.	$30x^6y^4$	**x**
7.	$10x^6y^4$	
8.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta	

Ejercicio 4:
Señale con una "x"

Dados los polinomios:

$G_{(x)} = 4x^3 - 5 + 7x^2 - 5x^4$ y

$P_{(x)} = 14x^3 + 2 - 3x^4$

$G_{(x)} - P_{(x)}$ es:

Respuesta:

5.	$18x^3 - 3 + 7x^2 - 8x^4$	
6.	$-14x^3 - 7 + 7x^2 - 2x^4$	
7.	$-10x^3 - 7 + 7x^2 - 8x^4$	
8.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta.	**x**

Ejercicio 5:
Señale con una "x" siendo:

$A_{(x)} = -3x^2 + 2x - 9$

$B_{(x)} = -2x + 5$

$A_{(x)} \cdot B_{(x)}$ es:

Respuesta:

5.	$-6x^3 - 19x^2 + 28x + 45$	
6.	$6x^3 - 19x^2 + 28x - 45$	**x**
7.	$6x^3 + 19x^2 - 28x - 45$	
8.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta.	

Ejercicio 6:
Señale con una "x":

El resultado de la siguiente expresión $(m+2)^2$ es:

Respuesta:

5.	$m^2 - 4m + 4$	
6.	$m^2 + 4m + 4$	**x**
7.	$m^2 + 8m + 4$	
8.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta.	

Ejercicio 7:

Señale con una "x":

El resultado de la siguiente expresión $(6\text{-}y)^2$ es:

Respuesta:

5.	$36 + y^2$	
6.	$36 - y^2$	
7.	$36 - 12y - y^2$	
8.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta.	**x**

Actividad 3:

Ejercicio 1:

Señale con una "x".

Dada la siguiente división: $\left(m^3 + m - 10 - 3m^2\right) : (m-2)$ sucociente es:

Respuesta:

5.	$m^3 - 1m^2 - m$	
6.	$-m^2 + m - 1$	
7.	$m^2 - m - 1$	**x**
8.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta.	

Ejercicio 2:

Señale con una "x".

En la división: $\left(4b^3 - 8 + b - 2b^2\right) : (b\text{-}4)$ elcocientees:

Respuesta:

5.	$4b^2 + 18b + 73$	
6.	$-4b^2 - 18b - 73$	
7.	$4b^2 - 18b - 73$	
8.	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta.	**x**

Actividad 4:

Ejercicio 1:
Siendo:

$A_{(x)} = -2x^2 + 5x - 6$
$B_{(x)} = 4x^2 - 3x + 5$
$C_{(x)} = x - 4$
$D_{(x)} = x + 2$
$E_{(x)} = 3x$

Respuesta:
Halle:

1. $A_{(x)} - B_{(x)}$

$$\begin{array}{r} -2x^2 + 5x - 6 \\ \underline{-4x^2 + 3x - 5} \\ -6x^2 + 8x - 11 \end{array}$$

2. $A_{(x)} + B_{(x)} - C_{(x)}$

$$\begin{array}{r} -2x^2 + 5x - 6 \\ 4x^2 - 3x + 5 \\ -x + 4 \\ \hline 2x^2 + x + 3 \end{array}$$

3. $A_{(x)} \otimes E_{(x)}$

$$\left(-2x^2 + 5x - 6\right) \cdot 3x = -6x^3 + 15x^2 - 18x$$

4. $B_{(x)} \otimes E_{(x)}$

$$\left(4x^2 - 3x + 5\right) \cdot 3x = 12x^3 - 9x^2 + 15x$$

5. $A_{(x)} \otimes C_{(x)}$

$$\begin{array}{r} -2x^2 + 5x - 6 \\ \otimes\, x - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x^3 + 5x^2 - 6x \qquad\qquad \\ 8x^2 - 20x + 24 \\ \hline -2x^3 + 13x^2 - 26x + 24 \end{array}$$

6. $A_{(x)} \otimes D_{(x)}$

$$\begin{array}{r} -2x^2 + 5x - 6 \\ \otimes\, x + 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x^3+5x^2-6x \\ -4x^2+10x-12 \\ \hline -2x^3+1x^2+4x-12 \end{array}$$

7. $B_{(x)} \otimes C_{(x)}$

$$\begin{array}{r} 4x^2-3x+5 \\ \otimes\, x-4 \\ \hline 4x^3-3x^2+5x \\ -16x^2+12x-20 \\ \hline 4x^3-19x^2+17x-20 \end{array}$$

8. $C_{(x)} \otimes D_{(x)}$

$$\begin{array}{r} x-4 \\ \otimes x+2 \\ \hline x^2-4x \\ 2x-8 \\ \hline x^2-2x-8 \end{array}$$

9. $A_{(x)} : C_{(x)}$

$$\begin{array}{c|ccc} & -2 & 5 & -6 \\ 4 & & -8 & -12 \\ \hline & -2 & -3 & -18 \end{array}$$

cociente: $-2x-3$

resto: -18

10. $A_{(x)} : D_{(x)}$

$$\begin{array}{c|ccc} & -2 & 5 & -6 \\ -2 & & 4 & -18 \\ \hline & -2 & 9 & -24 \end{array}$$

cociente: $-2x+9$

resto: -24

11. $B_{(x)} : C_{(x)}$

$$\begin{array}{c|ccc} & 4 & -3 & 5 \\ 4 & & 16 & 52 \\ \hline & & & \end{array}$$

4 13 57 cociente: $4x + 13$

resto: 57

12. $C^2_{(x)}$

$$(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

13. $D^2_{(x)}$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

Actividad 5

Ejercicio 1:
Hallar el valor de la incógnita:

a. x + 7 = 3
b. x – 5 = 1
c. 3 – 5 = 6 + x – 2
d. 4 + x + 1 = 6 – 7
e. – 1 + 2 – 5 = – 8 – x + 1
f. 3x = 27
g. x : 10 = 7
h. $\frac{x}{-4} = -8$
i. $\frac{-4x}{3} = 2 \cdot (-12)$
j. $\frac{3 \cdot x \cdot (-2)}{5} = 2 \cdot (-9)$
k. $-7 + 2 = \frac{x \cdot (-1)}{3}$
l. $\frac{x+3}{4} = 8$
m. $\frac{x}{2} + 9 = 3$
n. 2x – 10 = – 2 . (– 3)
o. 7 . (x + 5) = 21
p. 6 x – 9 = 3 + 2 x
q. – 3 x + 4 = 2x – 1
r. 5 . (2x – 5) = 15x
s. 4 . (x – 5) – 7 = – 47

t. $7x + 1 = 5x + 9$

u. $3 \cdot (x - 5) + 5x = 25$

v. $2 \cdot (3x + 1) - 4 = -2 + 5x$

w. $\frac{5x}{-4} - 2 = -17$

Respuesta:

a. $x + 7 = 3$

$x = 3 - 7$

$\boxed{x = -4}$

b. $x - 5 = 1$

$x = 1 + 5$

$\boxed{x = 6}$

c. $3 - 5 = 6 + x - 2$

$-\cancel{2} - 6 + \cancel{2} = x$

$\boxed{-6 = x}$

d. $4 + x + 1 = 6 - 7$

$x = 6 - 7 - 4 - 1$

$x = 6 - 12$

$\boxed{x = -6}$

e. $-1 + 2 - 5 = -8 - x + 1$

$x = -8 + 1 + 1 - 2 + 5$

$x = (1 + 1 + 5) - (8 + 2)$

$x = 7 - 10$

$\boxed{x = -3}$

f. $3x = 27$

$x = \frac{27}{3}$

$\boxed{x = 9}$

g. $x : 10 = 7$

$x = 7 \cdot 10$

$\boxed{x = 70}$

h. $\frac{x}{-4} = -8$

$x = (-8) \cdot (-4)$

$\boxed{x = 32}$

i. $\frac{-4x}{3} = 2 \cdot (-12)$

$-4x = 24.\,3$

$x = \frac{\cancel{24}^{6} \cdot 3}{\cancel{-4}_{-1}}$

$\boxed{x = -18}$

j. $\frac{3 \cdot x \cdot (-2)}{5} = 2 \cdot (-9)$

$\frac{-6x}{5} = -18$

$-6x = -18\ .\ 5$

$x = \frac{\cancel{-18}^{-3} .5}{\cancel{-6}_{-1}}$

$\boxed{x = 15}$

k. $-7 + 2 = \frac{x \cdot (-1)}{3}$

$-5 = \frac{x \cdot (-1)}{3}$

$-5 \cdot 3 = x \cdot (-1)$

$\frac{-15}{-1} = x$

$15 \boxed{= x}$

l. $\frac{x+3}{4} = 8$

$x + 3 = 8\ .\ 4$

$x = 32 - 3$

$\boxed{x = 29}$

m. $\frac{x}{2} + 9 = 3$

$\frac{x}{2} = 3 - 9$

$\frac{x}{2} = -6$

$x = -6\ .\ 2$

$\boxed{x = -12}$

n. 2x – 10 = – 2 . (– 3)

2x – 10 = 6

2x = 6 + 10

$$x = \frac{16}{2}$$

$\boxed{x = 8}$

o. 7 . (x + 5) = 21

$$x + 5 = \frac{21}{7}$$

x + 5 = 3

x = 3 – 5

$\boxed{x = -2}$

p. 6 x – 9 = 3 + 2 x

6x – 2x = 3 + 9

4x = 12

$$x = \frac{12}{4}$$

$\boxed{x = 3}$

q. – 3 x + 4 = 2x – 1

– 3x – 2x = – 1 – 4

– 5x = – 5

$$x = \frac{-5}{-5}$$

$\boxed{x = 1}$

r. 5 . (2x – 5) = 15x

$$2x - 5 = \frac{15x}{5}$$

2x – 5 = 3x

2x – 3x = 5

– 1x = 5

$$\boxed{x = \frac{5}{1} \Rightarrow x = -5}$$

s. 4 . (x – 5) – 7 = – 47

4 (x –5) = – 47 + 7

4 (x –5) = – 40

$$x - 5 = \frac{-\cancel{40}^{10}}{\cancel{4}_{1}}$$

x – 5 = – 10

x = – 10 + 5

$\boxed{x = -5}$

t. 7x + 1 = 5x + 9

7x – 5x = 9 – 1

2x = 8

$$x = \frac{8}{2}$$

$\boxed{x = 4}$

u. 3 . (x – 5) + 5x = 25

3 (x – 5) + 5x = 25

3x – 15 + 5x = 25

8x = 25 + 15

8x = 40

$$\boxed{\begin{array}{l} x = \frac{40}{8} \\ x = \frac{40}{8} \Rightarrow x = 5 \end{array}}$$

v. 2 . (3x + 1) – 4 = – 2 + 5x

6x + 2 – 4 = – 2 + 5x

6x – 5x = – 2 – 2 + 4

x = – 4 + 4

$\boxed{x = 0}$

w. $\frac{5x}{-4} - 2 = -17$

$$\frac{5x}{-4} = -17 + 2$$

$$\frac{5x}{-4} = -15$$

$$5x = -15 \cdot \cancel{(-4)}$$

$$x = \frac{-15^{3} \cdot \cancel{(-4)}}{5_{1}}$$

$\boxed{x = +12}$

Ejercicio 2:
Expresar en lenguaje simbólico:

a. Un número aumentado en dos unidades.

b. Un número disminuido en diez unidades.

c. El triplo de un número aumentado en dos unidades.

d. La mitad de un número, disminuido en tres unidades.

e. La suma de un número y su duplo.
f. El consecutivo de un número
g. El cuádruplo de un número aumentado en siete unidades.
h. El duplo de, un número disminuido en cuatro unidades.

Respuesta:

1. Un número aumentado en dos unidades.

   $\Rightarrow x+2$

2. Un número disminuido en diez unidades.

   $x-10$

3. El triplo de un número aumentado en dos unidades.

   $3x+2$

4. La mitad de un número, disminuido en tres unidades.

   $\frac{x}{2}-3$

5. La suma de un número y su duplo.

   $x+2x$

6. El consecutivo de un número

   $x+1$

7. El cuádruplo de un número aumentado en siete unidades.

   $4 \cdot x+7$

8. El duplo de, un número disminuido en cuatro unidades.

   $2 \cdot (x-4)$

Ejercicio 3:
Plantear y resolver los siguientes problemas:

a. Un número aumentado en cien unidades es igual a doscientos cinco. ¿Cuál es el número?
b. El triplo de un número disminuido en una unidad es igual a diecisiete. ¿Cuál es el número?
c. El duplo de, un número aumentado en quince unidades, es igual a cincuenta. ¿Cuál es el número?
d. El duplo de un número disminuido en seis unidades es igual al número aumentado en siete. ¿Cuál es el número?
e. La suma de un número y su consecutivo es igual a cuarenta y uno. ¿Cuáles son esos números?

Respuesta:

1. Un número aumentado en cien unidades es igual a doscientos cinco. ¿Cuál es el número?

   x + 100 = 205

$x = 205 - 100$

$\boxed{x = 105}$

2. El triplo de un número disminuido en una unidad es igual a diecisiete. ¿Cuál es el número?

   $3x - 1 = 17$

   $3x = 17 + 1$

   $3x = 18$

   $$x = \frac{\cancel{18}^{6}}{\cancel{3}_{1}}$$

   $\boxed{x = 6}$

3. El duplo de, un número aumentado en quince unidades, es igual a cincuenta. ¿Cuál es el número?

   $2 \, . \, (x + 15) = 50$

   $$x + 15 = \frac{\cancel{50}^{25}}{\cancel{2}_{1}}$$

   $x + 15 = 25$

   $x = 25 - 15$

   $\boxed{x = 10}$

4. El duplo de un número disminuido en seis unidades es igual al número aumentado en siete. ¿Cuál es el número?

   $2x - 6 = x + 7$

   $2x - x = 7 + 6$

   $x = 13$

5. La suma de un número y su consecutivo es igual a cuarenta y uno. ¿Cuáles son esos números?

   $x + (x + 1 = 41$

   $x + x + 1 = 41$

   $2x = 41 - 1$

   $2x = 40$

   $$x = \frac{\cancel{40}^{20}}{\cancel{2}_{1}}$$

   $\boxed{x = 20}$

Actividad 6

▸ **Ejercicio 1:**
Encuentra las raíces de las siguientes ecuaciones.

a) $25x^2 - 1 = 0$ b) $\frac{1}{4}x^2 - 9 = 0$

c) $x^2+\frac{9}{4}=0$

d) $\frac{4}{3}x^2-\frac{7}{2}x=0$

e) $22x^2-3x=21x+14x^2$

f) $-21x^2+16x=\frac{7}{2}x-\frac{3}{4}x^2$

g) $15x^2-11x+2=0$

h) $8x^2-14x+3=0$

Respuesta:

a) $25x^2 - 1= 0$ Sol= (1/5; -1/5)

b) $\frac{1}{4}x^2-9=0$ Sol: (6; -6)

c) $x^2+\frac{9}{4}=0$ Sol: No existe

d) $\frac{4}{3}x^2-\frac{7}{2}x=0$ Sol: (0; 21/8)

e) $22x^2-3x=21x+14x^2$ Sol: (0;3)

f) $-21x^2+16x=\frac{7}{2}x-\frac{3}{4}x^2$ Sol:(0; 100/567)

g) $15x^2-11x+2=0$ Sol:(1/3;2/5)

h) $8x^2-14x+3=0$ Sol:(3/2;1/4)

Actividad 7

Ejercicio 1:
Resuelva las siguientes situaciones problemáticas:

a) Encuentra dos números consecutivos cuyo producto sea 110.

Respuesta:
x.(x+1) = 110 Sol:(10;11) y (-11; -10)

b) La base de un triángulo supera a la altura en 5cm. Si el área es $84cm^2$, calcula la longitud de la base y la de la altura.

Respuesta:

x.(x+5) = 84 Sol: la base mide 12 cm y la altura 7 cm

c) Halla tres números naturales consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 434.

Respuesta:

$x^2+(x+1)^2+(x+2)^2 = 434$ Sol:(11;12;13) y (-11; -12;-13)

Actividad 8

Ejercicio 1:
Factorea las siguientes expresiones extrayendo factor común:

a) $6x - 3xy + 3x - 2x^2 =$ b) $\frac{16}{15}x^7 - \frac{2}{3}x^5 - \frac{8}{9}x^3 + \frac{4}{3}x^2$

c) $\frac{7}{6}m^5x^3y + \frac{7}{3}m^6nx^2 - \frac{14}{15}m^3n^2x$ d) $\frac{3}{4}\pi x^2 - \frac{7}{4}\pi^2 x + \frac{5}{4}\pi^3 x^3$

Respuesta:

a) $x(6 - 3y + 3 - 2x) =$ b) $\frac{2}{3}x^2\left(\frac{8}{5}x^5 - x^3 - \frac{4}{3}x + 2\right)$

c) $\frac{7}{3}m^3x\left(\frac{1}{2}m^2x^2y + m^3nx - \frac{2}{5} n^2\right)$ d) $\frac{1}{4}\pi x(3x- 7\pi + 5\pi^2x^2)$

Ejercicio 2:
Factorea los siguientes trinomios cuadrados perfectos:

a) $1 + \frac{9}{16}x^6 - \frac{3}{2}x^3$ b) $\frac{x^2}{4} + y^2 - xy$

c) $9y^2 + 12xy + 4x^2$ d) $\frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{5}xy + \frac{9}{25}y^2$

Respuesta:

a) $\left(1 - \frac{3}{4}x^3\right)^2$ b) $\left(\frac{x}{2} - y\right)^2$ c) $(3y + 2x)^2$ d) $\left(\frac{1}{3}x + \frac{3}{5}y\right)^2$

Ejercicio 3:
Factorea las siguientes diferencias de cuadrados:

a) $64x^2 - \frac{1}{9}x^2y^6$ b) $81x^6 - \frac{1}{16}y^2$

c) $\frac{81}{49}x^6 - 1$ d) $\frac{144}{25}x^4 - \frac{1}{4}$

Respuesta:

a) $\left(8x - \frac{1}{3}xy^3\right)\left(8x + \frac{1}{3}xy^3\right)$ b) $\left(9x^3 - \frac{1}{4}y\right)\left(9x^3 + \frac{1}{4}y\right)$

c) $\left(\frac{9}{7}x^3 - 1\right)\left(\frac{9}{7}x^3 + 1\right)$ d) $\left(\frac{12}{5}x^2 - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{12}{5}x^2 + \frac{1}{2}\right)$

RESUMEN

Para introducir la unidad partimos con el concepto de expresiones algebraicas enteras, determinando el valor numérico. Luego se continúa con el concepto de monomio y polinomio calculando el grado y poder trabajar con suma, resta, multiplicación y división, tanto de monomios como polinomios. Cuadrado y cubo de un binomio.

Seguimos con la Regla de Ruffini para divisiones del tipo (x +número) o (x-número)

En la segunda parte se trabaja con la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita y el lenguaje simbólico, es decir, traducir del lenguaje coloquial al simbólico a partir de situaciones problemáticas.

Al finalizar la unidad se encuentra la autoevaluación integrando todos los temas.

AUTOEVALUACIÓN

1. La expresión $(4+x)^2$ es:

   a) $16+x^2$ b) $16+8x+x^2$
   c) $16+4x+x^2$ d) $(4+x)(4-x)$

2. El valor de x que soluciona la ecuación 3 x + 5 = 2 x – 10 es :

   a) 15 b) -3 c) -5 d) -15

3. El valor numérico de la expresión $5x^2-2xm$,siendo x=-2 y m=-3, es=

   a) 88 b) 8 c-32 d) 32

4. Indicar cuál es la expresión que corresponde al siguiente enunciado: "El doble de la suma entre un número y su consecutivo es igual al cuádruple de dicho número disminuido en cinco unidades"

   a) 2 x + 1 = 4 x – 5 b) 2 (x + x + 1) = 4 - 5
   c)2 x + x + 1 =4 x – 5 d) 2 (2 x + 1) = 4 x – 5

5. El triple de un número disminuido en seis unidades es igual a veintiuno, ¿de qué número se trata?

   a) 9 b) 13 c) 5 d) 7

6. La expresión $(3-x)^3$ es:

   a) $27-27x+9x^2-x^3$ b) $27-x^3$

   c) $27-9x+9x^2-x^3$ d) $27+27x+9x^2-x^3$

7. El valor numérico de la expresión $-2x^2+xy-1$,siendo x=-1 y y=2, es=
   a) -1 b) 5 c) 1 d) -5

8. El valor de x que soluciona la ecuación 15 x – 5 = - 20 es :

   a) -1 b) 1 c) -5 d) -15

9. La expresión $(2x+1).(x-5)$ es:

   a) $2x^2-6x-6$ b) $2x^2-5$

   c) $2x^2+11x-5$ d) $2x^2-9x-5$

10. El triple de un número, aumentado en siete unidades es igual a dicho número disminuido en nueve unidades. ¿Cuál es el número?

    a) 8 b) -1 c) -8 d)

AUTOEVALUACIÓN (RESPUESTAS)

1. La expresión $(4+x)^2$ es:
   Respuesta:
   $16+8x+x^2$

   a) $16+x^2$ b) $16+8x+x^2$
   c) $16+4x+x^2$ d) $(4+x)(4-x)$

2. El valor de x que soluciona la ecuación 3 x + 5 = 2 x – 10 es :
   Respuesta:
   $3x+5=2x-10$
   $3x-2x=-10-5$
   $x=-15$

   a) 15 b) -3 c) -5 d) -15

3. El valor numérico de la expresión $5x^2-2xm$,siendo x=-2 y m=-3, es=
   Respuesta:
   $5.(-2)^2-2.(-2).(-3)=$
   $5.4-12=$
   $20-12=$
   8

   a) 88 b) 8 c-32 d) 32

4. Indicar cuál es la expresión que corresponde al siguiente enunciado: “El doble de la suma entre un número y su consecutivo es igual al cuádruple de dicho número disminuido en cinco unidades”
   Respuesta:
   $2.(x+x+1)=4x-5$

   a) 2 x + 1 = 4 x – 5 b) 2 (x + x + 1) = 4 - 5
   c)2 x + x + 1 =4 x – 5 d) 2 (2 x + 1) = 4 x – 5

5. El triple de un número disminuido en seis unidades es igual a veintiuno, ¿de qué número se trata?
   Respuesta:
   $3x-6=21$
   $3x=21+6$
   $x=27/3$
   $x=9$

   a) 9 b) 13 c) 5 d) 7

6. La expresión $(3-x)^3$ es:

   Respuesta:

   $27-27x+9x^2-x^3$

   a) $27-27x+9x^2-x^3$ b) $27-x^3$

   c) $27-9x+9x^2-x^3$ d) $27+27x+9x^2-x^3$

7. El valor numérico de la expresión $-2x^2+xy-1$,siendo x=-1 y y=2, es=

   Respuesta:

   $-2.(-1)^2+(-1).2-1=$

   $-2-2-1=$

   -5

   a) -1 b) 5 c) 1 d) -5

8. El valor de x que soluciona la ecuación 15 x – 5 = - 20 es :

   Respuesta:

   $15x-5=-20$

   $15x=-20+5$

   $x=-15/15$

   $x=-1$

   a) -1 b) 1 c) -5 d) -15

9. La expresión $(2x+1).(x-5)$ es:

   Respuesta:

   $2x^2-10x+x-5=$

   $2x^2-9x-5$

   a) $2x^2-6x-6$ b) $2x^2-5$

   c) $2x^2+11x-5$ d) $2x^2-9x-5$

10. El triple de un número, aumentado en siete unidades es igual a dicho número disminuido en nueve unidades. ¿Cuál es el número?

    Respuesta:

    $3x+7=x-9$

    $3x-x=-9-7$

    $2x=-16$

    $x=-16/2$

    $x=-8$

    a) 8 b) -1 c) -8 d) 1

Unidad Didáctica 3
"Funciones"

INTRODUCCIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA 3

En un estudio científico de cualquier hecho siempre se procura identificar grandezas mensurables ligadas a él y, enseguida establecer las relaciones existentes entre esas grandezas.

En esta unidad en particular estudiaremos la función de 1ergrado o lineal y su representación.

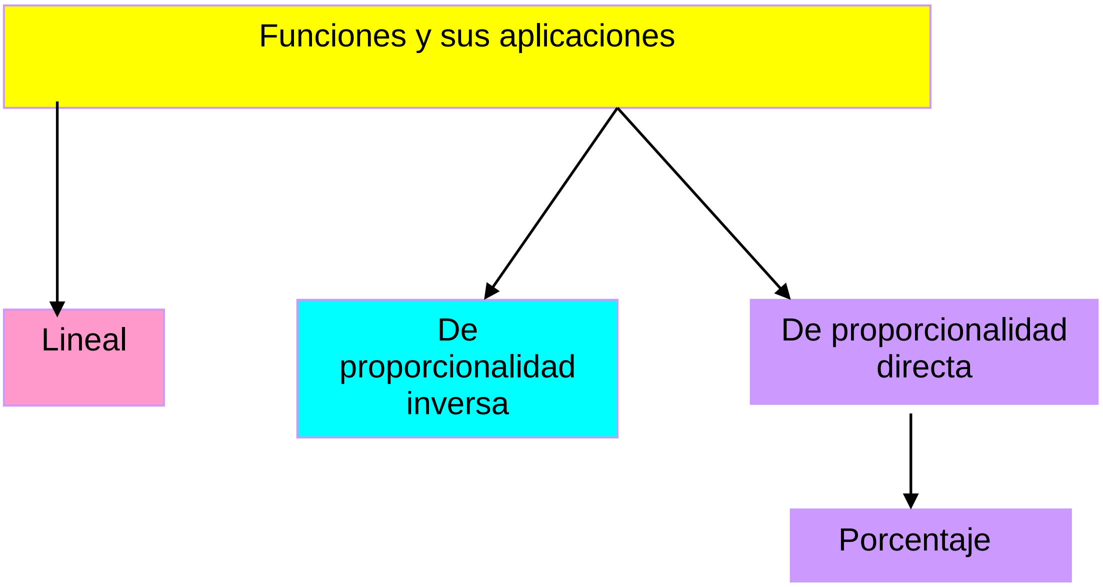
También veremos los casos de proporcionalidad tanto directa como inversa, sus representaciones y problemas de porcentaje de gran utilidad.

OBJETIVOS

Que el alumno sea capaz de:

- Identificar, definir, graficar, describir e interpretar funciones lineales asociándolas a situaciones numéricas, experimentales o geométricas.
- Distinguir magnitudes directamente e inversamente proporcionales.
- Resolver situaciones problemáticas sobre porcentaje.

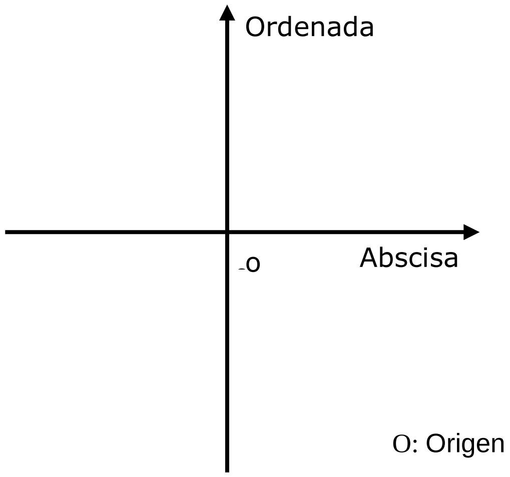
ORGANIZADOR DE CONTENIDOS



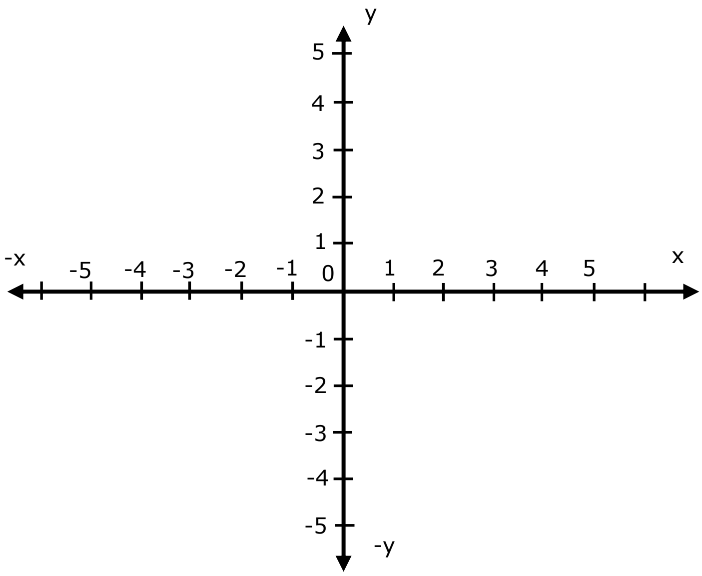
CONTENIDOS

EJES CARTESIANOS

Si deseamos ubicar puntos en un plano, necesitamos una referencia. Esta está dada por un par de ejes perpendiculares llamados **"ejes cartesianos"** que se cortan en un punto **O** llamado origen de las coordenadas.



- El eje horizontal se llama **abscisa** y se indica con la letra *x*.
- En él se representan los elementos del conjunto **dominio.**
- El eje vertical se llama **ordenada** y se indica con la letra y.
- En él se representan los elementos del conjunto **imagen.**

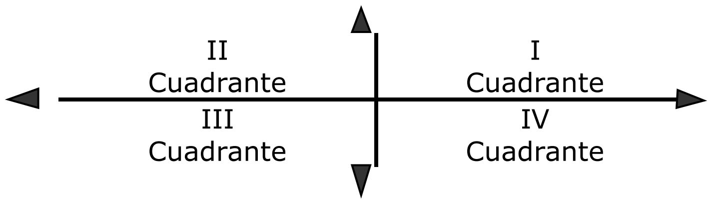


Se elige un segmento unidad y se transporta consecutivamente en cada eje a partir del origen.

¿En cuántas partes quedó dividido el plano, al trazar los ejes?

En cuatro partes.

Cada una de estas partes se llama **cuadrante**.

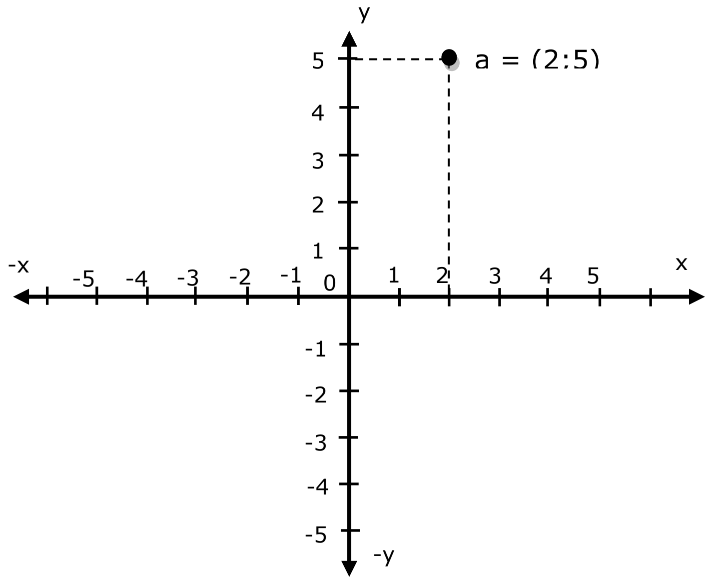


Ya dijimos que para ubicar puntos en un plano, necesitamos una *referencia* que está dada por el par de ejes y las coordenadas del punto.

Si deseamos representar un punto a, se anota en forma de par, llamado par ordenado: a = (x; y).

Por ejemplo, a = (2; 5)

El primer elemento del par indica su ubicación con respecto al eje "x" y el segundo con respecto al eje "y".



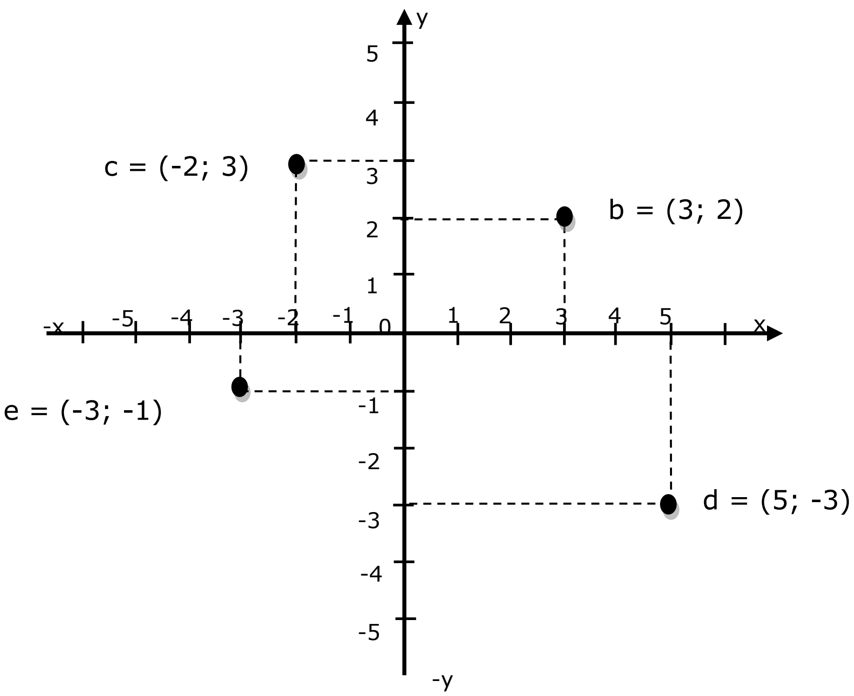
A partir del punto 2 (de la abscisa) se traza una perpendicular al eje "x".

A partir del punto 5 (de la ordenada) se traza una perpendicular al eje "y".

El punto donde se cortan ambas perpendiculares es $a = (2;5)$

Represente los siguientes puntos:

$b = (3;2)$
$c = (-2;3)$
$d = (5;-3)$
$e = (-3;-1)$



FUNCION LINEAL

La ecuación de una recta, en general es y = ax + b

"a" es la pendiente de la recta y "b" es la ordenada al origen.
Por ejemplo:

y = x + 2 a cada valor de x le corresponde un valor de y.

Reemplazando los valores *"x"* en la expresión algebraica obtenemos los de *"y".*

Para $x_1 = -2$ corresponde $y_1 = x_1 + 2$

$y_1 = -2 + 2$

$y_1 = 0$

Para $x_2 = 0$ corresponde $y_2 = x_2 + 2$

$y_2 = 0 + 2$

$y_2 = 2$

Para $x_3 = 1$ corresponde $y_3 = x_3 + 2$

$y_3 = 1 + 2$

$y_3 = 3$

Y así sucesivamente.

La función anteriormente vista puede definirse también mediante una "tabla de valores".

$y = x + 2$

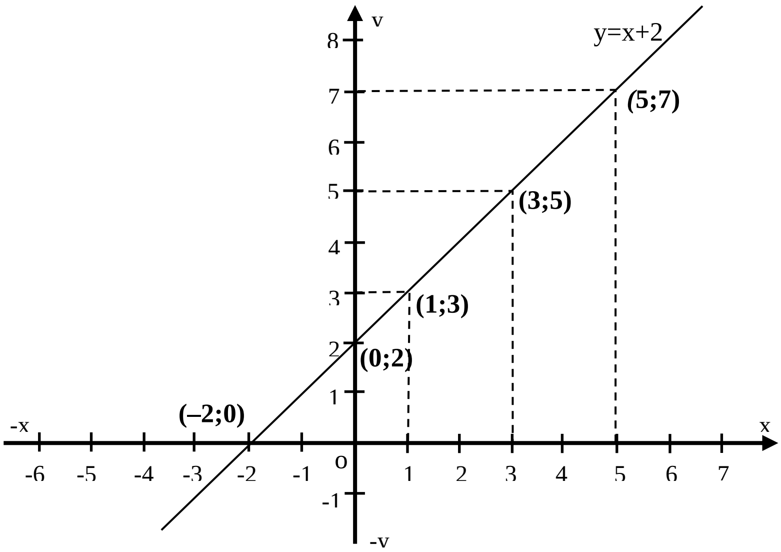
x	y
-2	0
0	2
1	3
3	5
5	7

Para confeccionarla bastará con darle valores a "x" y aplicando la fórmula (como en el ejercicio anterior) obtener los de "y".

Como puede observar, "x" e "y" toman distintos valores (es decir varían).

Los valores de "y" dependen de los "x". Por lo tanto, "y" recibe el nombre de **variable dependiente** y "x" el de **variable independiente.**

Si a esta tabla de valores la representamos en un par de ejes, obtenemos una nueva forma de expresar una función: **la gráfica**.



Resumiendo:

Una función puede expresarse mediante: - Fórmula - Tabla de Valores - Gráfico

Confeccione la tabla de valores y represente gráficamente las funciones:

1. $y = 3x$
2. $y = x - 2$
3. $y = 2x + 1$

1. $y=3x$

x	y
0	0

Para $x_1=0$ $y_1=3.0$

$\boxed{y_1=0}$

Para $x_2=1$ $y_2=3.1$

1	3
2	6
-1	-3
-2	-6

$\boxed{y_2=3}$

Para $x_3=2$ $y_3=3.2$

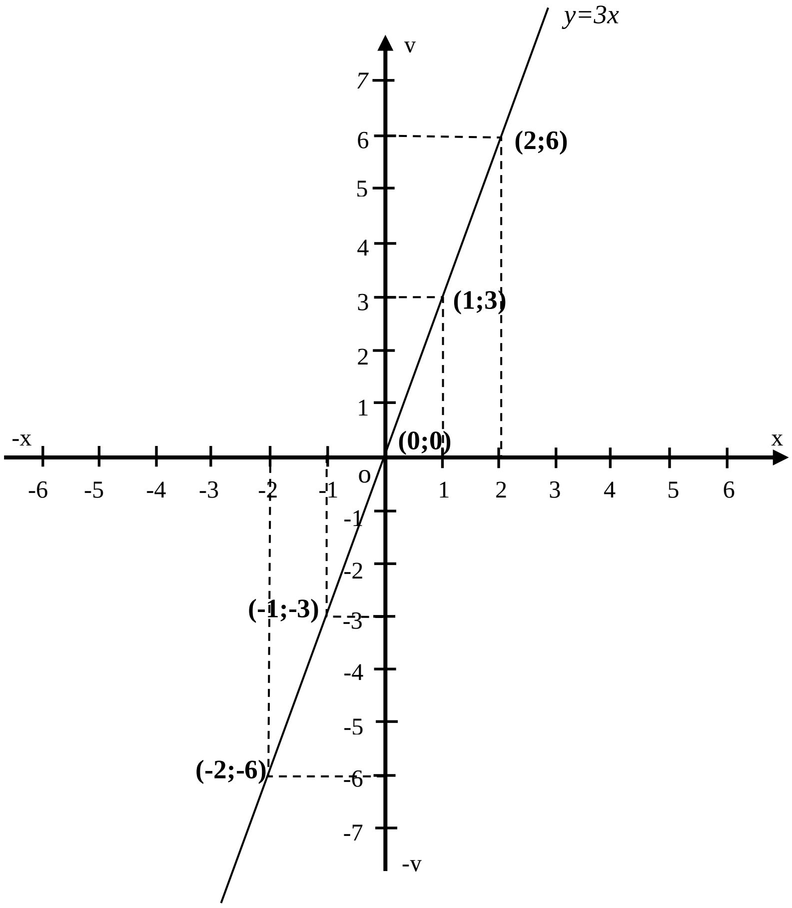
$\boxed{y_3=6}$

Para $x_4=-1$ $y_4=3.(-1)$

$\boxed{y_4=-3}$

Para $x_5=-2$ $y_5=3.(-2)$

$\boxed{y_5=-6}$



2. $y=x-2$ **Para $x_1=0$** **$y_1=0-2$**

x	y
0	-2
1	-1
2	0
3	1
4	2
5	3

$\boxed{y_1=-2}$

Para $x_2=1$ $\quad y_2=1-2$

$\boxed{y_2=-1}$

Para $x_3=2$ $\quad y_3=2-2$

$\boxed{y_3=0}$

Para $x_4=3$ $\quad y_4=3-2$

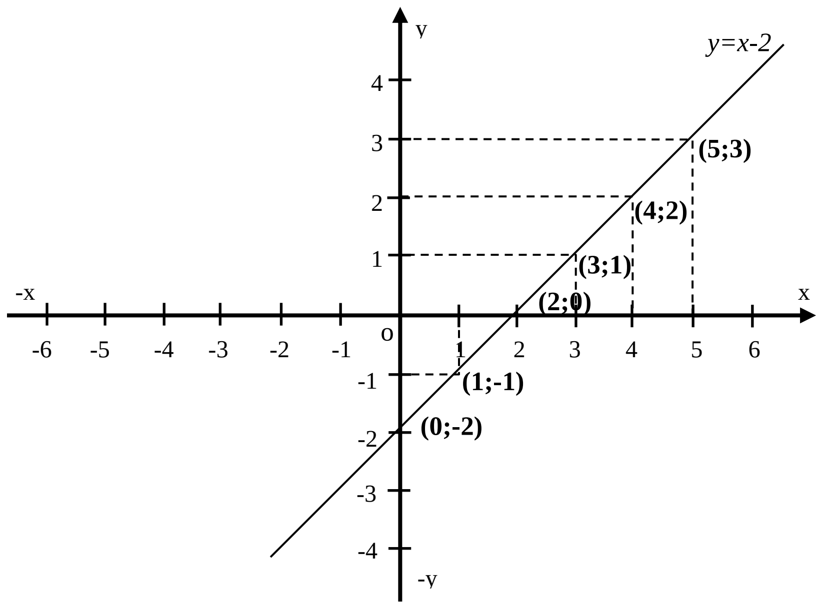
$\boxed{y_4=1}$

Para $x_5=4$ $\quad y_5=4-2$

$\boxed{y_5=2}$

Para $x_6=5$ $\quad y_6=5-2$

$\boxed{y_6=3}$



3. $y=2x + 1$

x	y
-1	-1
-2	-3
-3	-5
1	3
2	5

Para $x_1=-1$ $\quad y_1=2.(-1)+1$

$y_1=-2+1$

$\boxed{y_1=-1}$

Para $x_2=-2$ $\quad y_2=2.(-2)+1$

$y_2=-4+1$

$\boxed{y_2=-3}$

Para $x_3=-3$ $\quad y_3=2.(-3)+1$

$y_3=-6+1$

$\boxed{y_3=-5}$

Para $x_4=1$ $y_4=2.1+1$

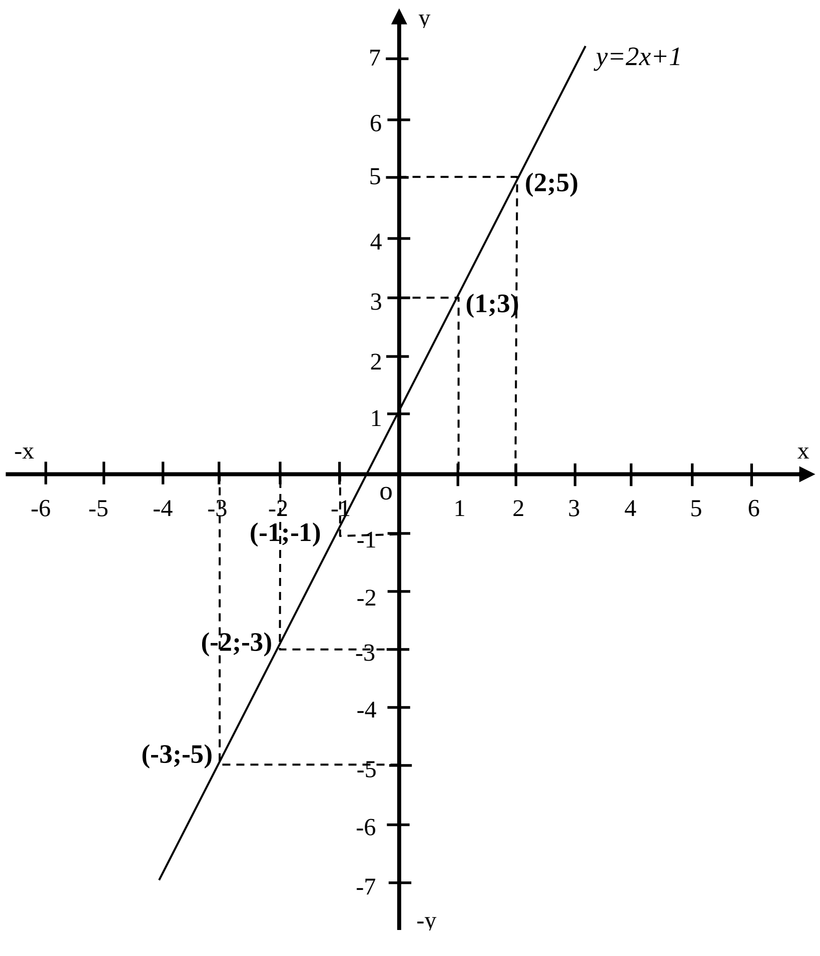
$y_4=2+1$

$\boxed{y_4=3}$

Para $x_5=2$ $y_5=2.2+1$

$y_5=4+1$

$\boxed{y_5=5}$



Las expresiones representadas son ecuaciones de primer grado con dos incógnitas ***("x" e "y")***.

Observe el gráfico obtenido en el ejercicio anterior y luego responda:

1. ¿Qué representa gráficamente la ecuación vista?

   Una recta.

2. ¿Cuál es el grado de la expresión algebraica dada?

Primer grado

Por cumplir lo expresado en los puntos 1 y 2 es una **función lineal**.

FUNCIÓN LINEAL: PENDIENTE Y ORDENADA AL ORIGEN

Anteriormente hemos visto la forma de representar una función lineal utilizando la tabla de valores.

Ahora vamos a trabajar sobre la ecuación de la recta, teniendo en cuenta la pendiente y la ordenada al origen.

En la función lineal $f(x) = ax + b$, el número **a** que multiplica a la variable **x** se llama pendiente de la recta y nos muestra la inclinación de la misma. Si **a** es **+** (positiva) la función es creciente es decir sube a la derecha y si **a** es **–** (negativa) lo hace a la izquierda.

El número **b** se denomina ordenada al origen y es el punto en donde la recta corta al eje **y**

Por ejemplo, en la ecuación:

$$y = 2x + 1$$

2 es la pendiente, como es **+** la función es creciente, es decir, sube a la derecha.
1 es la ordenada al origen, quiere decir que la recta corta al eje **y** en **1.**

Para poder representarla vamos a tener en cuenta estos dos elementos.

Comencemos con la ordenada al origen que es **1**, lo marcamos sobre el eje **y**, a partir de ese punto trabajamos con la pendiente.

a=2 en este caso lo transformamos en una fracción aparente y nos queda:

$$a = \frac{2}{1}$$

$$a = \frac{2}{1}$$

$2 \longrightarrow$ El numerador indica el desplazamiento sobre el eje **y**

$1 \longrightarrow$ El denominador indica el desplazamiento sobre el eje **x**

Si **y** es **+** el desplazamiento es hacia arriba.

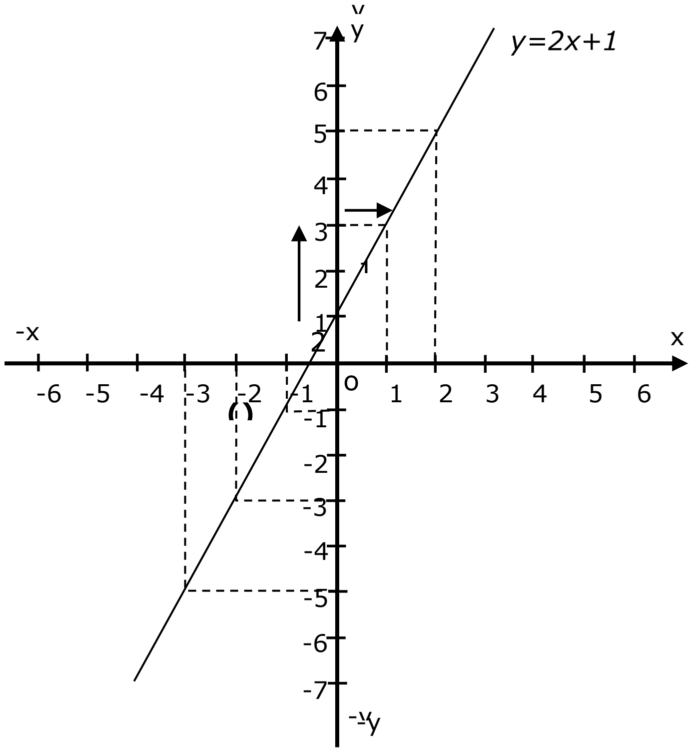
Si **y** es **-** el desplazamiento es hacia abajo.

Si **x** es **+** el desplazamiento es hacia la derecha.

Si **x** es **–** el desplazamiento es hacia la izquierda.

Intentemos representar la recta teniendo en cuenta lo visto.

Como 2 es positivo, el desplazamiento es hacia arriba por lo tanto a partir de 1 vamos a desplazarnos dos unidades hacia arriba y una hacia la derecha por ser x positivo:



Por ejemplo, en la ecuación

$y = x - 2$

1 es la pendiente, como es + la función es creciente es decir sube a la derecha.

-2 es la ordenada al origen, quiere decir que la recta corta al eje **y** en **-2.**

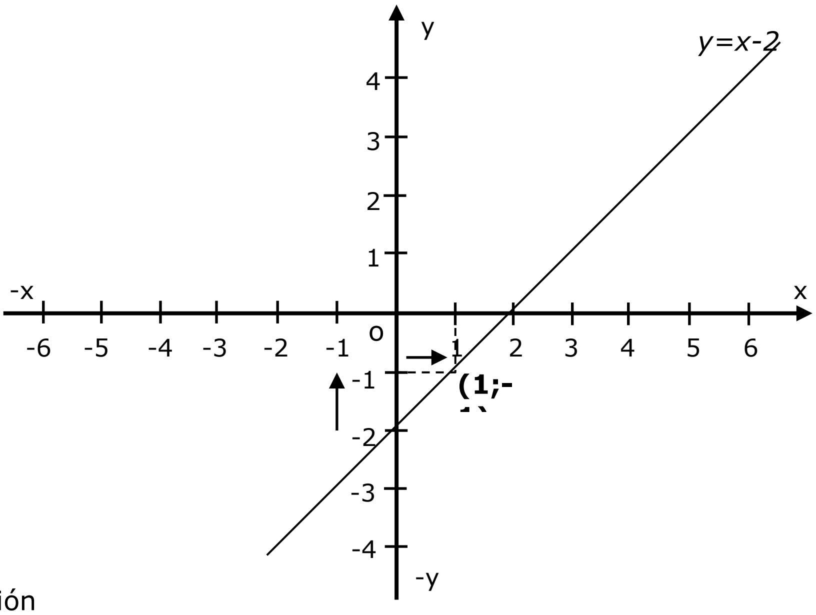
Para poder representarla vamos a tener en cuenta estos dos elementos.

Comencemos con la ordenada al origen que es -2, lo marcamos sobre el eje y, a partir de ese punto trabajamos con la pendiente a = 1.

En este caso lo transformamos en una fracción aparente y nos queda:

$a = \frac{1}{1}$

Como 1 es positivo, el desplazamiento es hacia arriba por lo tanto a partir de -2 vamos una unidad hacia arriba y una hacia la derecha, por ser x positivo



En la ecuación

$y = 3x$

3 es la pendiente, como es + la función es creciente, es decir sube a la derecha.

0 es la ordenada al origen, quiere decir que la recta corta al eje **y** en **0,** en este caso es el origen de coordenadas.

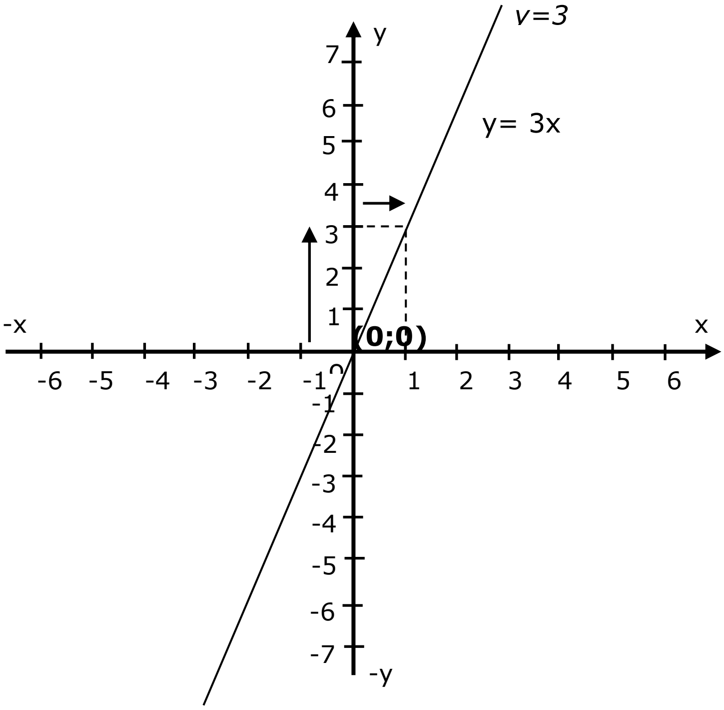
Para poder representarla vamos a tener en cuenta estos dos elementos.

Comencemos con la ordenada al origen que es 0, lo marcamos sobre el eje y, a partir de ese punto trabajamos con la pendiente a =3.

En este caso, lo transformamos en una fracción aparente y nos queda:

$a = \frac{3}{1}$

Como 3 es positivo el desplazamiento es hacia arriba, por lo tanto, a partir de 0 vamos tres unidades hacia arriba y una hacia la derecha, por ser x positivo



DOMINIO E IMAGEN DE UNA FUNCIÓN

El dominio de una función f es el conjunto de valores permitidos que puede tomar la variable independiente. Se simboliza Dm **o Df.**

La imagen de la función f es el conjunto de valores permitidos que toma la variable dependiente. Se simboliza **Im o If.**

Las funciones vistas están definidas por fórmulas por ejemplo y=3x; y= x-2 ; y= 2x+1, y todos los valores que se utilicen para hallar la imagen (y), a través de estas funciones, son válidas para todo número real, por lo tanto el **Dm= R.**

Analicemos su conjunto imagen: tomemos un número real **"y"** cualquiera, ¿estará en el conjunto imagen de la función?

Para responder esta pregunta observemos los gráficos obtenidos en los ejercicios anteriores; podemos observar que todos los valores también son válidos, por lo tanto, la imagen de estas funciones es el conjunto de todos los reales **Im**= **R**

CEROS O RAÍCES DE UNA FUNCIÓN

Los **ceros o raíces** de una función son aquellos valores del dominio cuya imagen es **cero**.

En el caso de una gráfica los ceros o raíces de una función son las abscisas de los puntos en los cuales su gráfica tiene contacto con el eje de las **x.**

Analicemos las funciones anteriores:

y = 3 x

Estamos buscando los valores de **x** para los cuales **y** vale 0; por lo tanto, simbólicamente escribiremos:

$$3x = 0$$
$$X = 0:3$$
$$X = 0$$

Nos quedó planteada una ecuación que deberemos resolver. En este caso el cero de esta función es: x=0

y = x – 2, si igualamos a cero nos queda x – 2 = 0. En este caso el cero de la función es x=2.

y= 2x+1, si igualamos a cero nos queda 2x+1=0. En este caso el cero de la función es $x = -\frac{1}{2}$

Actividad 1:

A continuación, realizaremos una actividad integradora. Recuerde que las respuestas las encontrará en la parte final del módulo en el apartado **“Actividades (Respuestas)”**.

- **Ejercicio 1:**

Dada la función $y = 2x - 5$ indique con una “x” qué pares de valores la satisfacen:

(0;-5)	(0;5)	(1;-3)	(3;1)

- **Ejercicio 2:**

Escriba la fórmula de la función que corresponde a la siguiente tabla de valores.

x	y
0	4
1	5
2	6
-1	3

Ejercicio 3:

Represente las siguientes funciones e indique: dominio, imagen y los ceros
raíces:

1. y = 3x-3
2. y = x+1
3. y = -2x +4
4. y = -x - 1

Ejercicio 4:

Dada $g: \Re \Rightarrow \Re \ / \ y = 3x - 2$

a) Represente en ejes cartesianos
b) ¿Cómo se llama la gráfica obtenida?
c) Encuentre los puntos de intersección con los ejes.

Ejercicio 5:

2) Dada $f: \Re \Rightarrow \Re \ / \ y = \frac{2}{3}x$

a) Represente en ejes cartesianos
b) ¿Cómo se llama la gráfica obtenida?
c) Encuentre los puntos de intersección con los ejes.

Ejercicio 6:

En las siguientes funciones indique la pendiente y la ordenada al origen:

1. $y = 2x - 1$
2. $x + 2y - 4 = 0$
3. $y = 4x$
4. $y + 4 = 7x$
5. $y - 1 = 5x + 3$
6. $2y - 3 = 2x$

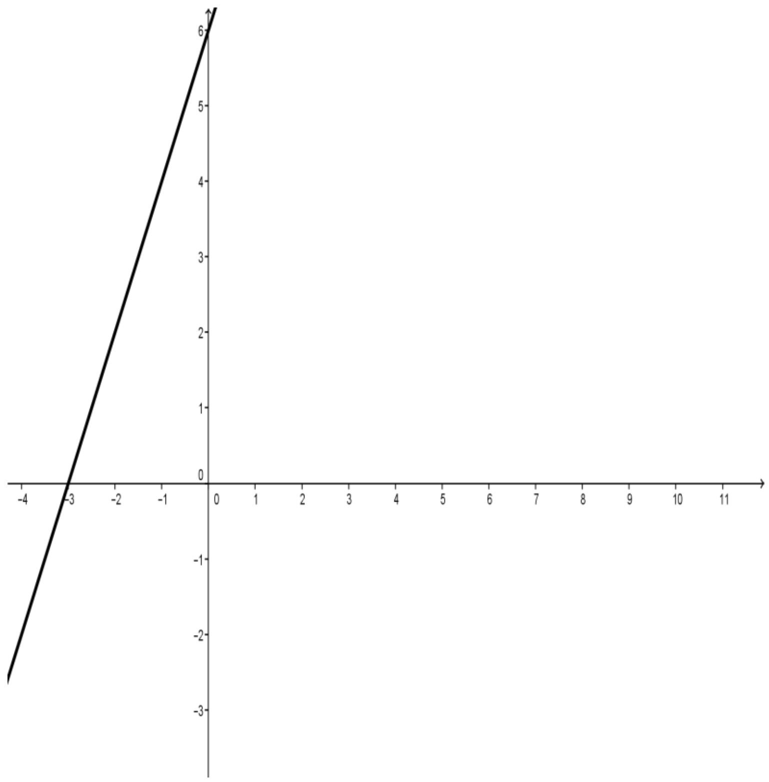
Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/calculo/funciones/ejercicios-interactivos-de-funciones-lineales-2.html

ECUACIÓN DE LA RECTA TENIENDO LA PENDIENTE Y UN PUNTO.

Recordemos que la ecuación de una recta es y = ax + b
"a" es la pendiente de la recta y "b" es la ordenada al origen.

Ocurren situaciones en las que tenemos como datos la pendiente de una recta y un punto, por ejemplo el caso en que la pendiente es igual a 2 y pasa por el punto de coordenadas P(-1; 4).
Para hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente 2, reemplazamos en "a",
$y = ax + b \Rightarrow y = 2x + b$;
Como pasa además por P (-1;4), reemplazamos "x" por -1, "y" por 4, para encontrar la ordenada al origen "b".
$4 = 2(-1) + b$
$4 = -2 + b$
$4 + 2 = b \Rightarrow 6 = b$
Entonces la ecuación de esta recta nos queda $y = 2x + 6$ cuyo gráfico es:

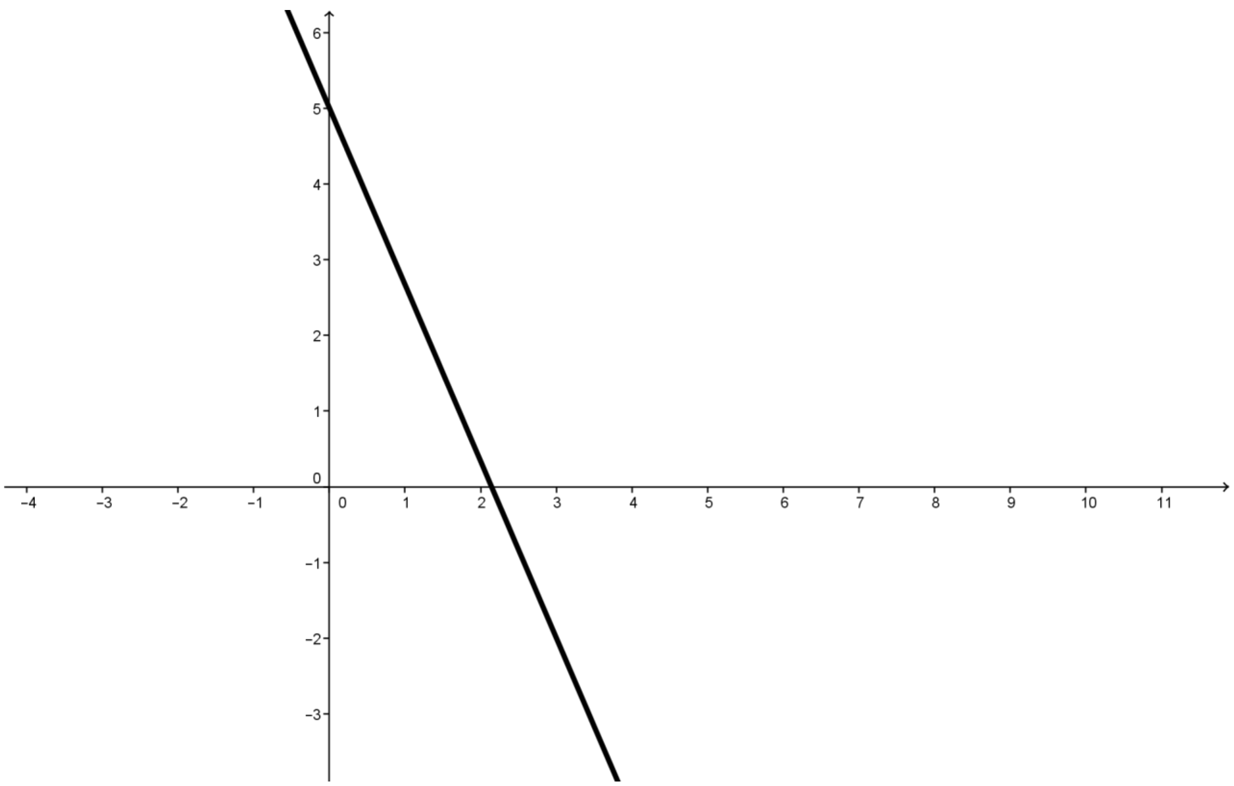


ECUACIÓN DE LA RECTA TENIENDO DOS PUNTOS.

Ocurren situaciones en las que tenemos dos puntos de una recta, por ejemplo, para hallar la ecuación de la recta que pasa por Q (3; -2) y R (0; 5), usamos la ecuación y = ax + b
Reemplazamos primero por las coordenadas de Q y de R, en "x" e "y" en y=ax+b

$$Con Q(3;-2)$$
$$y = ax + b$$
$$1) -2 = a.3 + b$$
$$Con R(0;5)$$
$$2) 5 = a.0 + b \Rightarrow 5 = 0 + b \Rightarrow 5 = b$$
$$\text{Reemplazando } 1) \Rightarrow -2 = a.3 + 5$$
$$-2 - 5 = a3$$
$$-7 = 3a$$
$$\frac{-7}{3} = a$$

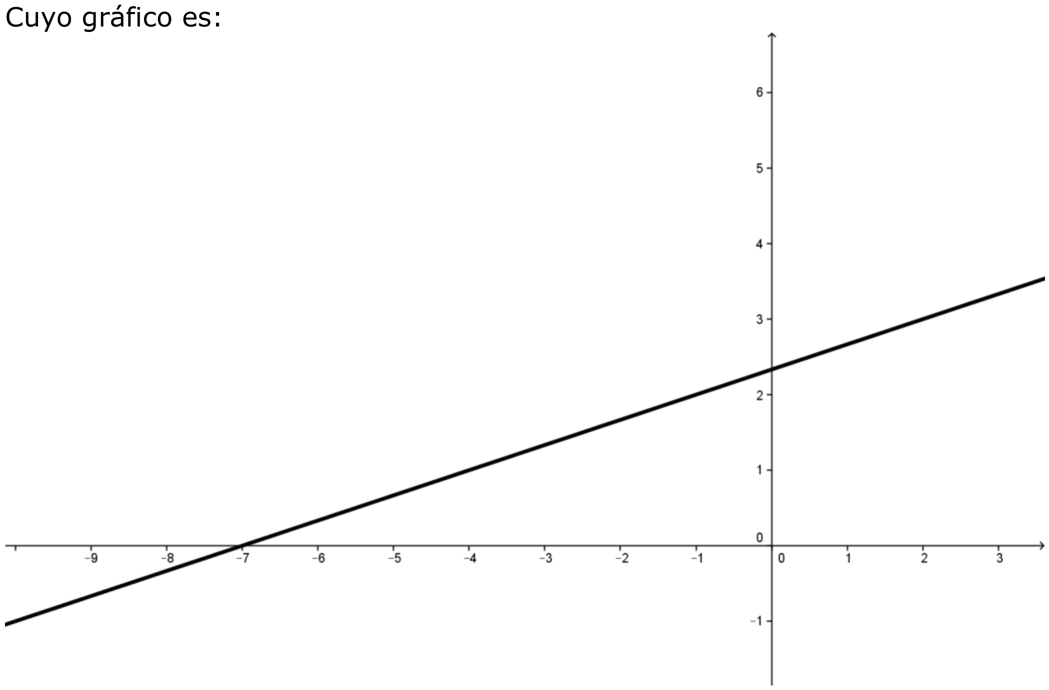
Entonces la ecuación nos queda $y = \frac{-7}{3}x + 5$, cuyo gráfico es:



Para encontrar la ecuación de la recta que pasa por S (2;3) y T (-1;2) hacemos

$$y = ax + b$$
$$S(2;3)$$
$$3 = a.2 + b \Rightarrow 3 - 2a = b$$
$$T(-1;2)$$
$$2 = a.(-1) + b \Rightarrow 2 + 1a = b$$
$$Igualando$$
$$3 - 2a = 2 + 1a$$
$$3 - 2 = 1a + 2a$$
$$1 = 3a$$
$$\frac{1}{3} = a$$
$$\mathrm{Re}\,emplazando$$
$$b = 3 - 2a = 3 - 2.\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$
$$b = \frac{7}{3}$$
$$Entonces$$
$$y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$$

Cuyo gráfico es:



Actividad 2:
A continuación, realizaremos una actividad integradora. Recuerde que las respuestas las encontrará en la parte final del módulo en el apartado **"Actividades (Respuestas)"**.

- **Ejercicio 1:**
  1) Una recta que pasa por el punto P= (-1; 5) y la pendiente es -3.
  2) Una recta que pasa por el punto R= (2;5) y la pendiente es 4.
  a) Halle la ecuación de cada recta.
  b) Dibuje cada recta en un mismo gráfico

- **Ejercicio 2:**
  1) Una recta pasa por los puntos de coordenadas Q= (-1; 2) y R= (0; 3).
  2) Una recta pasa por los puntos de coordenadas S= (2; -4) y T= (-3; -1)
  a) Halle la ecuación de cada recta.
  b) Dibuje cada recta en un mismo gráfico.

RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES

Las rectas paralelas tienen la misma pendiente, pero es distinta la ordenada al origen.

y=2x+5, y=2x-2 las pendientes son iguales, (2)

Las rectas perpendiculares tienen pendientes invertidas y de signo contrario

$$y = \frac{5}{6}x + 2 \Rightarrow perpendicular y = -\frac{6}{5}x + 3$$

$$y = -2x + 5 \Rightarrow perpendicular y = \frac{1}{2}x - 8$$

Veamos algunos ejemplos:

- Halle la ecuación de una recta paralela a $y = \frac{2}{3}x + 1$, que pase por el punto (6; 1) y grafique las dos en un mismo sistema de ejes. **Recuerde que las rectas paralelas tienen la misma pendiente**.

Entonces:

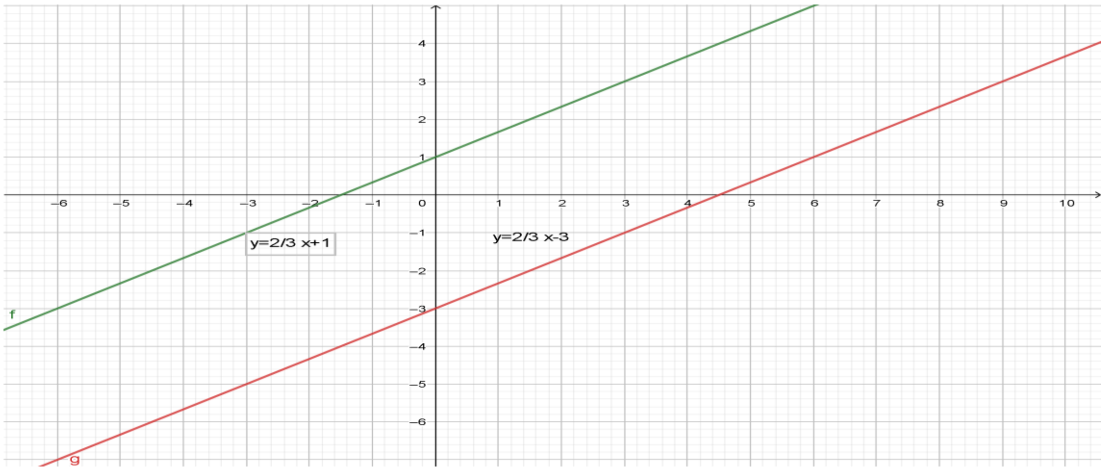
$$Con P_1 (6;1)$$

$$y = ax + b$$

$$1) 1 = \frac{2}{3}.6 + b \Rightarrow b = 1 - 4$$

$$b = -3$$

Por lo tanto la ecuación es y = $\frac{2}{3}$x – 3



- Halle la ecuación de la recta perpendicular a $y = \frac{2}{3}x + 1$ por el punto (2;-1) y grafique las dos en un mismo sistema de ejes. **Recuerde que la pendiente de una recta perpendicular a otra es invertida y cambiada de signo (opuesta) con respecto a la primera.**

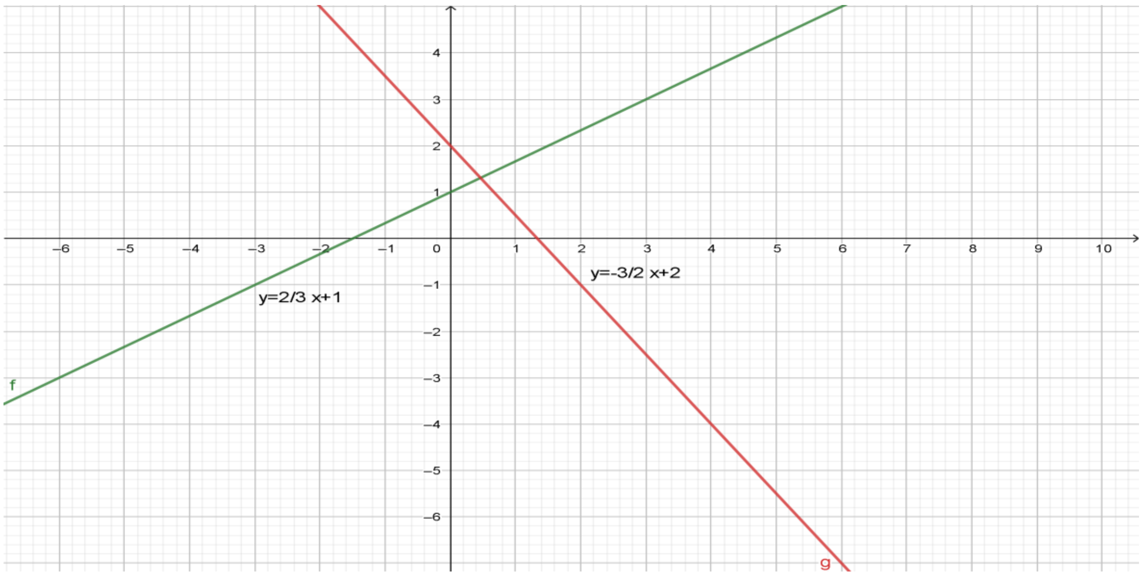
$Con P_1 (2;-1)$

$y = ax + b$

$1) -1 = -\frac{3}{2}.2 + b \Rightarrow b = -1 + 3$

$b = 2$

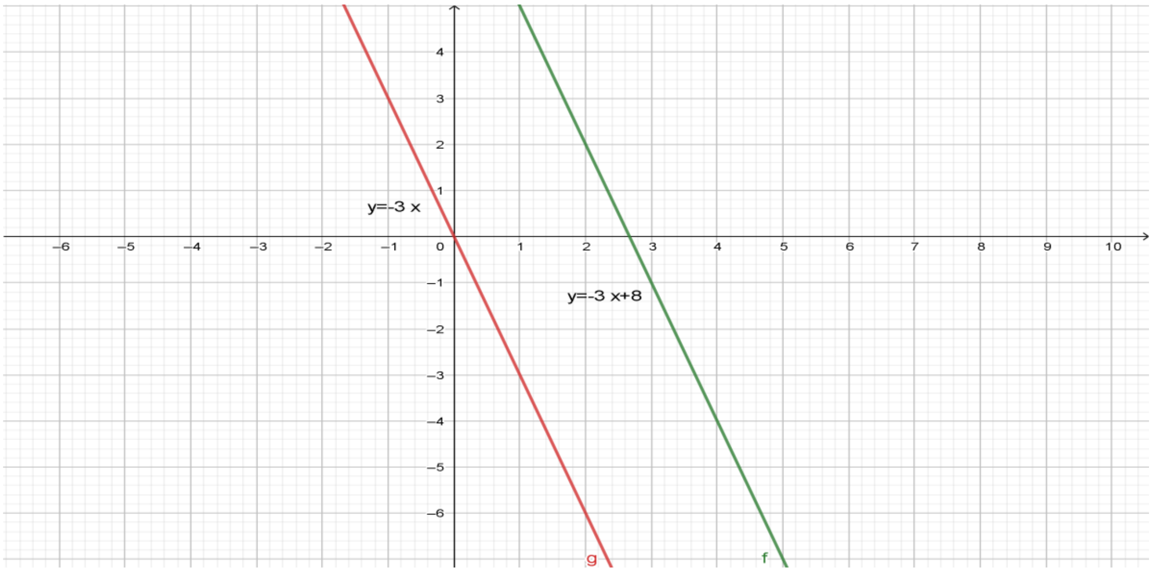
Entonces la ecuación es y = $-\frac{3}{2}$x +2



- Encuentre la fórmula de una función lineal cuyo gráfico sea paralelo al de
y = -3x + 8 pero que pase por el punto (-1; 3). Grafique las dos rectas.

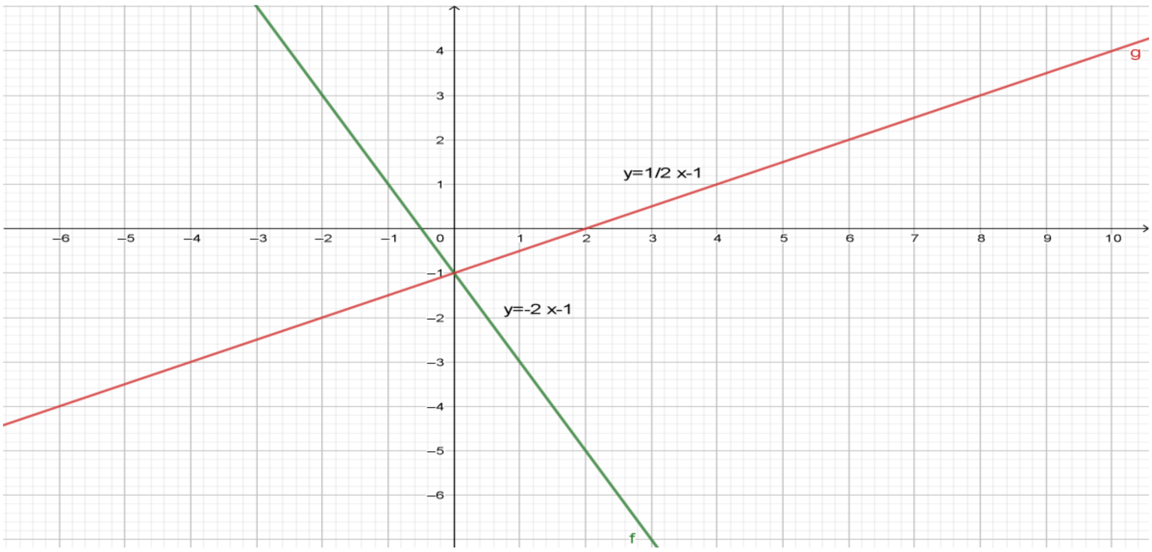
$$Con P_1(-1;3)$$
$$y = ax + b$$
$$1) 3 = (-3).(-1) + b \Rightarrow b = 3 - 3$$
$$b = 0$$

La ecuación es y = -3x



- Encuentre la fórmula de una función lineal cuyo gráfico sea perpendicular al de y = -2x – 1, pero que pase por el punto (2; 0). Grafique las dos rectas.

La ecuación es y= 1/2x -1



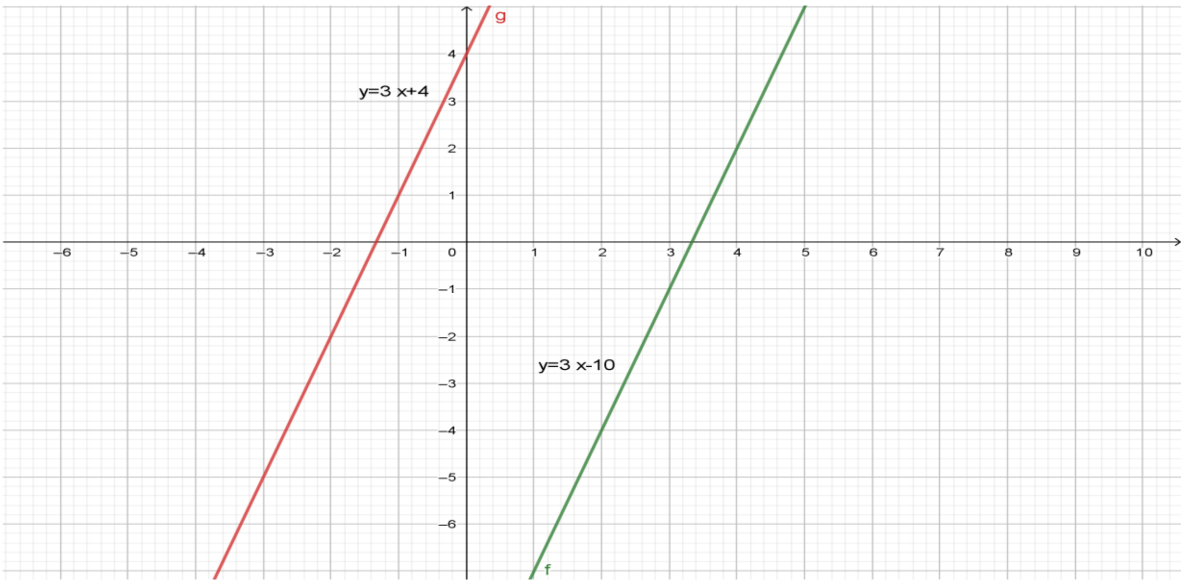
- Halle la ecuación de la recta que pasa por los puntos (3;-1) y (4; 2) y es paralela a la que pasa por los puntos (0; 4) y (-2;-2). Grafique la situación.

$Con P_1(0;4)$
$y = ax + b$

$1)\, 4 = a.0 + b \Rightarrow b = 4$
$Con P_2(-2;-2)$

$2) -2 = a(-2) + 4 \Rightarrow -2 - 4 = -2a$
$-6 = -2a$
$\dfrac{-6}{-2} = a$
$a = 3$
$y = 3x + 4$
$Paralela$
$y_2 = 3x + b$
$-1 = 3.3 + b$
$-1 - 9 = b$
$-10 = b$
$y = 3x - 10$

Por lo tanto, las ecuaciones de las rectas son: y= 3x-10   y= 3x+4



- Dada la recta de ecuación $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$, determiné:

a) Si el punto (4; 0) pertenece a la recta.
b) Si el punto (1/2; 1/2) pertenece a la recta.

$$ConP_1(4;0)$$
$$y = ax + b$$
$$1)\, y = (-\frac{1}{2}).(4) + \frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$
$$x = 4;\, y = -\frac{1}{2} \neq 0 \Rightarrow (4;0) \notin y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$ConP_1(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$$
$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$
$$1)\, y = (-\frac{1}{2}).(\frac{1}{2}) + \frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{4} + \frac{3}{2}$$
$$y = \frac{5}{4}$$
$$x = \frac{1}{2};\, y = \frac{5}{4} \neq \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right) \notin y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

i) y b) no pertenecen a la recta. El signo de no pertenece es: $\notin$.

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/analitica/recta/problemas-interactivos-de-la-ecuacion-de-la-recta-i-2.html

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/analitica/recta/ejercicios-interactivos-de-ecuacion-de-la-recta-iii-2.html

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/analitica/recta/ejercicios-interactivos-de-rectas-perpendiculares.html

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/analitica/recta/ejercicios-interactivos-de-rectas-paralelas-2.html

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/analitica/recta/problemas-interactivos-de-de-la-ecuacion-de-la-recta-ii-2.html

LOS SISTEMAS DE ECUACIONES COMO HERRAMIENTA PARA RESOLVER PROBLEMAS.

Cuando en una situación problemática intervienen varias incógnitas, es conveniente traducirlas del lenguaje coloquial al lenguaje algebraico.

Es necesario, identificar las variables y plantear las ecuaciones que traducen las relaciones existentes entre las mismas.

Por ejemplo:

"La empresa XXX fabrica platos. La materia prima necesaria para fabricar platos grandes cuesta \$5 y para platos chicos cuesta \$3.

Se dispone de \$570 y se desean fabricar 150 platos en total. ¿Cuántos platos de cada tamaño se podrán fabricar?

1.Las dos incógnitas son:

x: cantidad de platos grandes.
y: cantidad de platos chicos.

1. Las dos ecuaciones son:

$$\begin{cases} x + y = 150 \\ 5x + 3y = 540 \end{cases}$$

2. El sistema puede ahora resolverse por el método que se desee o considere más adecuado, resolveremos este sistema, por ejemplo, por el método de igualación:

$$x + y = 150$$
$$\boxed{y = 150 - x} \quad 1$$

$$5x + 3y = 540$$

$$y = \frac{540 - 5x}{3}$$

$$\boxed{y = \frac{540}{3} - \frac{5}{3}x} \quad 2$$

En 1 2 y los primeros miembros son iguales, por lo tanto, los segundos miembros también lo son, en consecuencia, resulta:

$$150 - x = \frac{540}{3} - \frac{5}{3}x$$
$$-x + \frac{5}{3}x = 180 - 150$$
$$\frac{2}{3}x = 30$$
$$x = \cancel{30}^{15} \cdot \frac{3}{\cancel{2}}$$
$$\boxed{x = 45}$$

Reemplazando en 1

$$y = 150 - 45$$
$$y = 150 - 45$$
$$\boxed{y = 105}$$

Respuesta: Se podrán fabricar 45 platos grandes y 105 platos chicos.

Actividad 3:

A continuación, realizaremos una actividad integradora. Recuerde que las respuestas las encontrará en la parte final del módulo en el apartado **"Actividades (Respuestas)"**.

- **Ejercicio 1:**
Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones analíticamente, utilizando el método de igualación y represente gráficamente:

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 5x - 4y = 12 \\ x + y = 6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 10x - 2y = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + 6y = 6 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 5x - 10y = 10 \end{cases}$

- **Ejercicio 2:**
Plantee el sistema que permite resolver cada una de las siguientes situaciones problemáticas, resuélvalo por un método a su elección y compruebe la solución.

a) La suma de dos números es 11 y su diferencia 5. ¿Cuáles son los números?

b) Una empresa de turismo cuenta con micros que pueden transportar 30 pasajeros sentados y combis que pueden transportar 12 pasajeros.

c)En total cuenta con 10 unidades. El día que todas viajan completas trasladan 200 pasajeros. ¿Con cuántos micros y con cuántas combis cuenta la empresa?

d) Las edades de Juan y su hijo suman 44 años y la diferencia de las mismas es 16. ¿Cuántos años tiene cada uno?

e) En la panadería de la esquina, Viviana pagó $86.- por 5 kilos de pan y 3 docenas de facturas y Juan pagó $ 32 por 2 kilos de pan y 1 docena de factura, en el mismo lugar. ¿Cuál es el precio del kilo de pan y el de la docena de facturas?

f) En una oficina se compran 14 lápices y 20 bolígrafos en el mes de octubre, con un costo de $129.- y durante el mes de noviembre se compran 20 lápices y 10 bolígrafos de la misma calidad con un costo de $110.-. ¿Cuál es el precio de cada lápiz y cada bolígrafo?

FUNCIÓN CUADRÁTICA

Llamamos **función cuadrática** a aquélla cuyo gráfico es un conjunto de puntos que pertenecen a una parábola.
Toda **función cuadrática** está definida por un polinomio de segundo grado.
En general, toda **función cuadrática** puede escribirse de la forma: $y = \mathbf{a}x^2 + \mathbf{b}x + \mathbf{c}$, donde los coeficientes **a**, **b** y **c** son números reales (con $\mathbf{a} \neq 0$)

Para graficar y analizar una función cuadrática (parábola) debemos conocer sus características y elementos principales:

CONCAVIDAD DE LA PARÁBOLA
La parábola $y = \mathbf{a}x^2 + \mathbf{b}x + \mathbf{c}$ tiene las ramas hacia arriba si $\mathbf{a} > 0$ y tiene las ramas hacia abajo si $\mathbf{a} < 0$. El valor **a** (coeficiente principal del polinomio) se llama "concavidad de la parábola".

VÉRTICE Y EJE DE SIMETRÍA
La función cuadrática $y = \mathbf{a}x^2 + \mathbf{b}x + \mathbf{c}$, tiene un vértice (punto donde se unen las dos ramas de la parábola), la x del vértice se halla con la fórmula $x_v = -\dfrac{b}{2a}$ mientras que para hallar la y del vértice se reemplaza x_v en la función dada.

Además, la parábola es una curva simétrica respecto de un eje de simetría que pasa por el vértice. La ecuación de la recta eje de simetría es: $x = -\dfrac{b}{2a}$ (observa que coincide con la x del vértice).

ORDENADA AL ORIGEN
Es el punto de corte de la parábola con el eje y. Este valor coincide con el término independiente, es decir, la ordenada al origen de la parábola $y = \mathbf{a}x^2 + \mathbf{b}x + \mathbf{c}$ es $y = \mathbf{c}$

RAÍCES
Los valores de x para los cuales la función se anula (es decir se hace 0) resultan los puntos en que la parábola corta al eje x (eje de abscisas). Se hallan a través de la fórmula de resolución de ecuaciones cuadráticas:

La ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ se resuelve con la fórmula $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

<u>Ejemplo</u>:

Analicemos la función cuadrática $y = \dfrac{1}{2}x^2 - x - \dfrac{3}{2}$

- **Concavidad**:
  La concavidad es a = ½, como es un valor positivo, las ramas de la parábola van hacia arriba.

- **Vértice y eje de simetría**
  En la parábola $y = \dfrac{1}{2}x^2 - x - \dfrac{3}{2}$, los coeficientes son: a = ½ , b = -1 y c = -3/2

  Como sabemos, la x del vértice responde a la fórmula $x_v = -\dfrac{b}{2a}$, entonces: $x_v = -\dfrac{-1}{2\frac{1}{2}} = 1$.

  Es decir, $\boxed{x_v = 1}$

Como $\boxed{x_v = 1}$, reemplazamos en la función $y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ para hallar la y del vértice:

$y_v = \frac{1}{2}1^2 - 1 - \frac{3}{2} = -2$. Es decir, $\boxed{y_v = -2}$

Entonces, el vértice es el punto V = (1 ; -2)

El eje de simetría es $x = -\frac{b}{2a}$, en este caso, la ecuación del eje de simetría es x = 1

- **Ordenada al origen**
  La ordenada al origen es y = -3/2

- **Raíces**

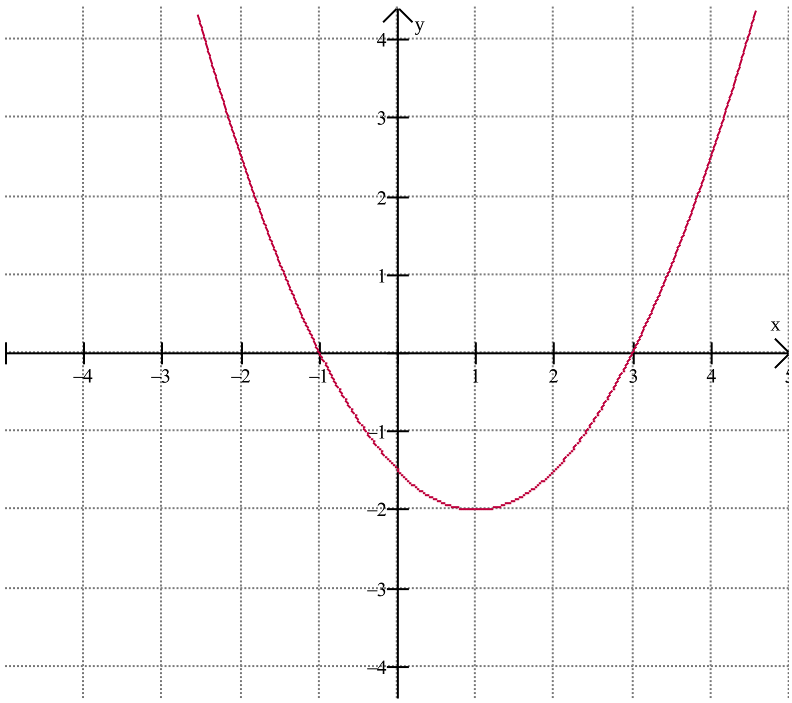
Para hallar las raíces, debemos resolver la ecuación $\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = 0$ (de coeficientes son: a = ½ , b = -1 y c = -3/2), con la fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, reemplazando y resolviendo, obtenemos:

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4\frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2}\right)}}{2\frac{1}{2}} = \frac{1 \pm \sqrt{1+3}}{1} = 1 \pm \sqrt{4}$$

Una raíz es $x_1 = 1 + \sqrt{4} = 1 + 2 = 3$ y la otra $x_2 = 1 - \sqrt{4} = 1 - 2 = -1$

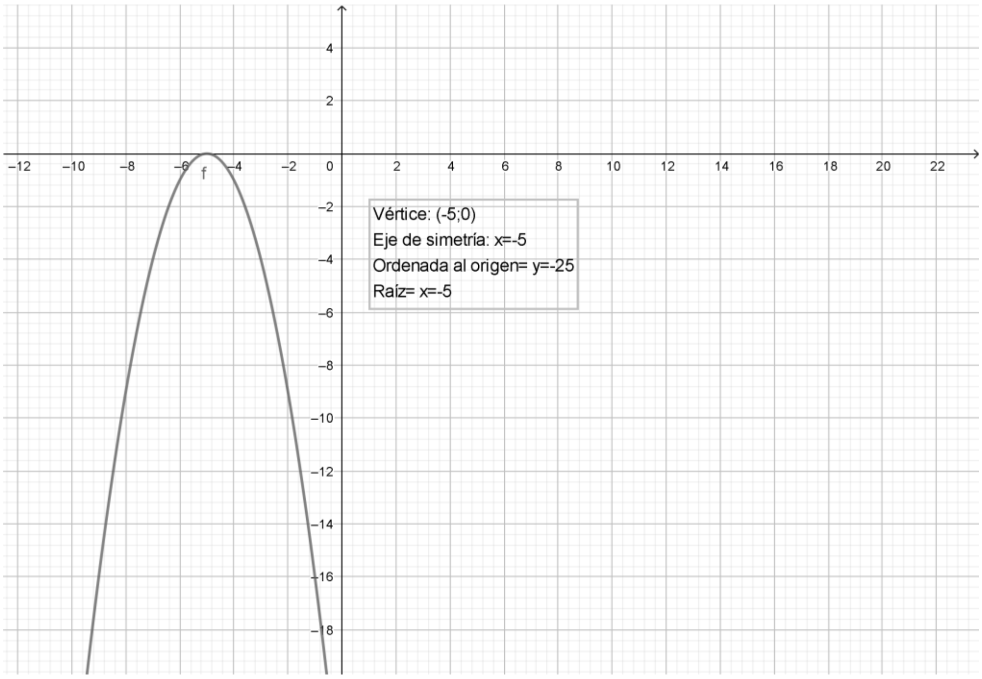
Es decir, la parábola tiene dos raíces (puntos de corte con el eje x): $\boxed{x_1 = 3}$ y $\boxed{x_2 = -1}$

- **Gráfico**
  Observa las características y elementos hallados en el gráfico de la parábola:



<u>Ejemplo</u>:

Analicemos la función cuadrática $y = -x^2 - 10x - 25$



Actividad 4:

A continuación, realizaremos una actividad integradora. Recuerde que las respuestas las encontrará en la parte final del módulo en el apartado **"Actividades (Respuestas)"**.

- **Ejercicio 1:**
  Grafica las siguientes funciones cuadráticas y halla vértice, eje de simetría, raíces y ordenada al origen de cada una de ellas.

  a) $y = x^2 - 4x - 5$
  b) $y = 4x^2 - 12x + 9$
  c) $y = x^2 + x - 6$
  d) $y = -3x^2 + 6x$
  e $y = 2x^2 - 4$

Actividad en Internet:

En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/calculo/funciones/ejercicios-interactivos-de-funciones-cuadraticas.html

GRÁFICO DE LA PARÁBOLA CON EL VÉRTICE Y LA AMPLITUD

Se puede graficar cualquier parábola conociendo su vértice y su amplitud, de la siguiente forma:

La fórmula $y = a(x - k)^2 + h$ es una parábola (función cuadrática), cuyo vértice es el punto $V = (k; h)$ y su eje de simetría es la recta $x = k$. Esta forma de escribir la función cuadrática se llama forma canónica.

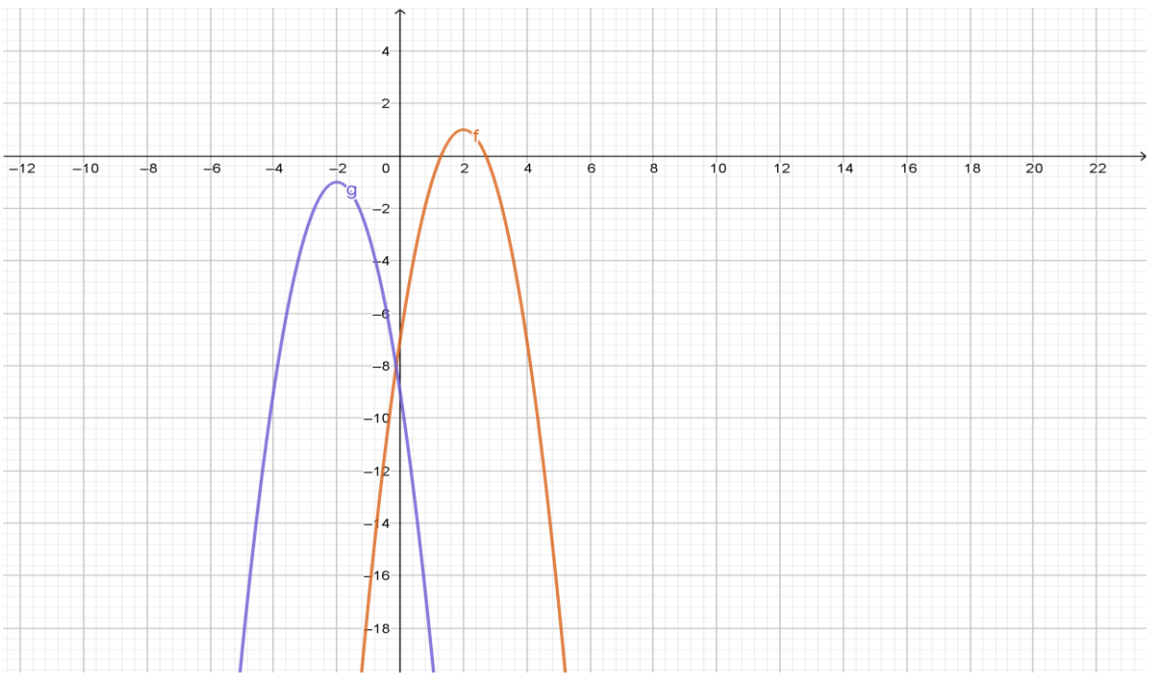
Por ejemplo, si se quiere graficar la parábola $y = -2(x - 2)^2 + 1$

1) Marque el vértice de la parábola, V (2; 1).

2) A partir de allí se toma una unidad a la derecha y otra a la izquierda, de esos puntos se marca el valor de "a" hacia abajo (si es negativo) o hacia arriba (si es positivo)

Si la fórmula de una parábola es $y = -2(x + 2) - 1$, las coordenadas del vértice serían V (-2; -1), o sea el valor de k cambiado de signo, el de h conserva su signo.

El eje de simetría es X = 2 en la primera función y x = -2 en la segunda.



Actividad 5:

A continuación, realizaremos una actividad integradora. Recuerde que las respuestas las encontrará en la parte final del módulo en el apartado **"Actividades (Respuestas)"**.

- **Ejercicio 1:**
  Determine la ecuación del eje y las coordenadas del vértice de las siguientes funciones expresadas en forma canónica.

  a) $y = (x-2)^2 - \frac{4}{5}$

  b) $y = \frac{3}{4}(x+9)^2 - 7$

  c) $y = -\frac{1}{2}(x-3)^2$

PASAJE DE LA FORMA CANÓNICA A LA POLINÓMICA

$y = 2(x - 2)^2 + 1$ → forma canónica

Podemos escribir: $y = 2(x^2 - 4x + 4) + 1$ resolviendo el cuadrado de binomio
$y = 2x^2 - 4x + 4 + 1$ distribuyendo
$y = 2x^2 - 4x + 5$ → forma polinómica

Actividad 6:

A continuación, realizaremos una actividad integradora. Recuerde que las respuestas las encontrará en la parte final del módulo en el apartado **"Actividades (Respuestas)"**.

- **Ejercicio 1:**
  Complete el siguiente cuadro:

a (amplitud)	Vértice	Forma canónica	Forma polinómica
3/2	V = (-2 ; -1)		
		$y = -4(x-1)^2 - 4$	
			$y = -x^2 + 4x$
½	V = (1 ; ½)		

- **Ejercicio 2:**
  Pase a la forma polinómica la función

  a) $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2$

  b) $y = -\frac{2}{3}(x+3)^2 + 5$

ACTIVIDADES (RESPUESTAS)

Actividad 1:

Ejercicio 1:

Dada la función $y = 2x - 5$ indique con una "x" qué pares de valores la satisfacen:

(0;-5)	(0;5)	(1;-3)	(3;1)

Ejercicio 2:

Escriba la fórmula de la función que corresponde a la siguiente tabla de valores.

x	y
0	4
1	5
2	6
-1	3

Ejercicio 3:

Represente las siguientes funciones e indique: dominio, imagen y los ceros raíces:

1) y = 3x-3

2) y = x+1

3) y = -2x +4

4) y = -x - 1

Ejercicio 4:

1) Dada $g : \Re \Rightarrow \Re \;/\; y = 3x - 2$

a) Represente en ejes cartesianos
b) ¿Cómo se llama la gráfica obtenida?
c) Encuentre los puntos de intersección con los ejes.

2) Dada $f:\Re \Rightarrow \Re \ / \ y=\frac{2}{3}x$

a) Represente en ejes cartesianos
b) ¿Cómo se llama la gráfica obtenida?
c) Encuentre los puntos de intersección con los ejes.

- **Ejercicio 5:**
  En las siguientes funciones indique la pendiente y la ordenada al origen:

  1) $y = 2x - 1$
  2) $x + 2y - 4 = 0$
  3) $y = 4x$
  4) $y + 4 = 7x$
  5) $y - 1 = 5x + 3$
  6) $2y - 3 = 2x$

Respuestas:

Ejercicio 1:

Dada la función $y = 2x - 5$ indique con una "x" qué pares de valores la satisfacen:

(0;-5)	(0;5)	(1;-3)	(3;1)
x		x	x

Respuestas:

Ejercicio 2:

Escriba la fórmula de la función que corresponde a la siguiente tabla de valores.

x	y
0	4
1	5
2	6
-1	3

Respuesta: y= x + 4

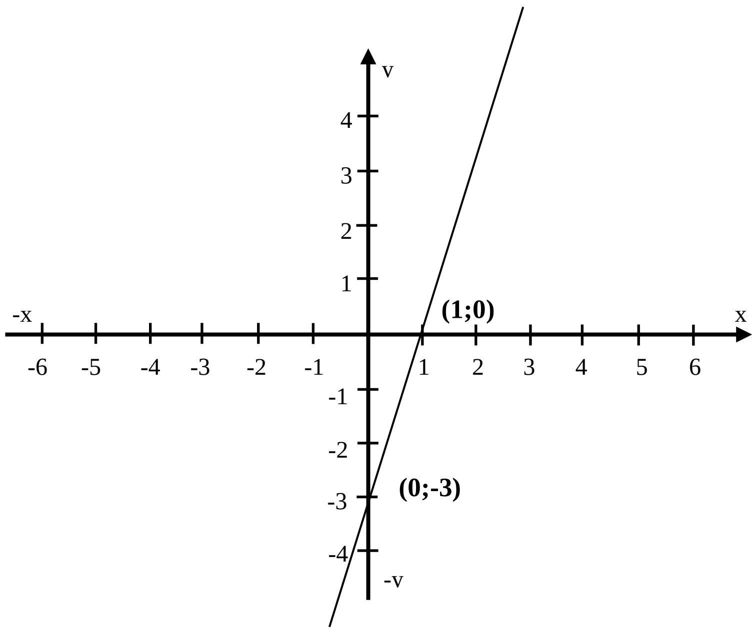
Respuestas:

Ejercicio 3:

Represente las siguientes funciones e indique: dominio, imagen y los ceros ó raíces:

1) y = 3x-3
2) y = x+1
3) y = -2x +4
4) y = -x - 1

1.$y = 3x - 3$



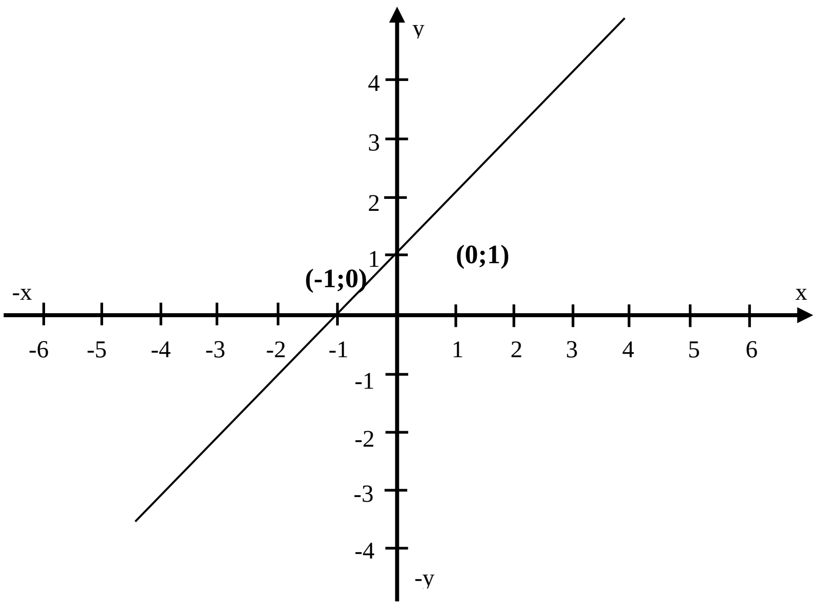
Las funciones son válidas para todo número real, por lo tanto, el Dm= R, y

La imagen de estas funciones es el conjunto de todos los reales, Im= R.

Si igualamos a cero la función, nos queda 3x – 3 = 0.

En este caso el cero de la función es x=1

2.$y = x + 1$

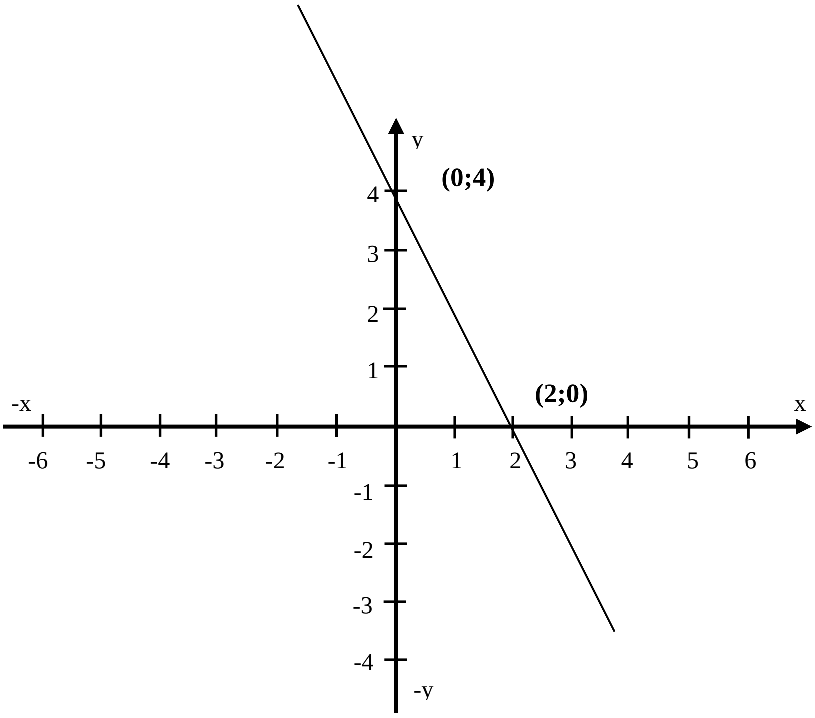


Dm= R
Im= R

Si igualamos a cero nos queda x +1 = 0.

En este caso el cero de la función es x=-1.

3. $y = -2x + 4$

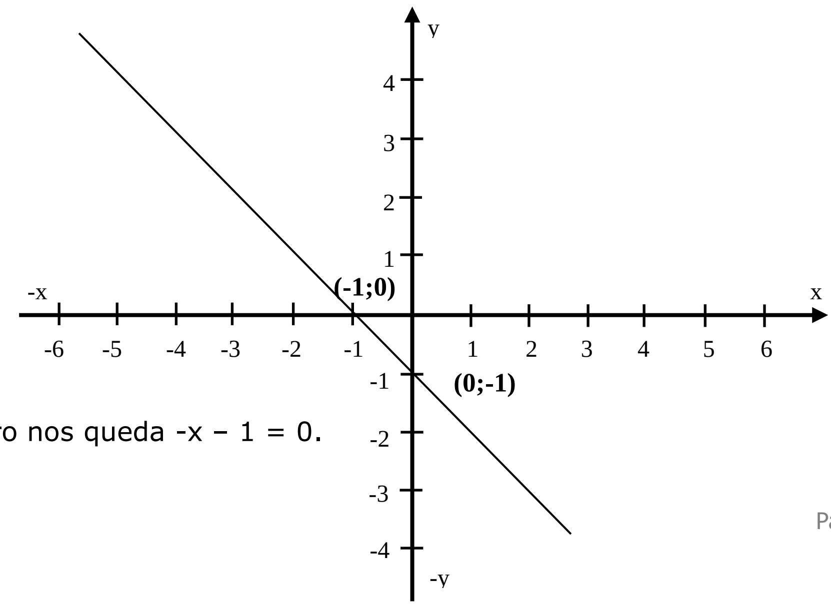


Dm= R
Im= R

Si igualamos a cero nos queda -2x +4 = 0.

En este caso el cero de la función es x=2.

4. $y = -x - 1$



Dm= R
Im= R

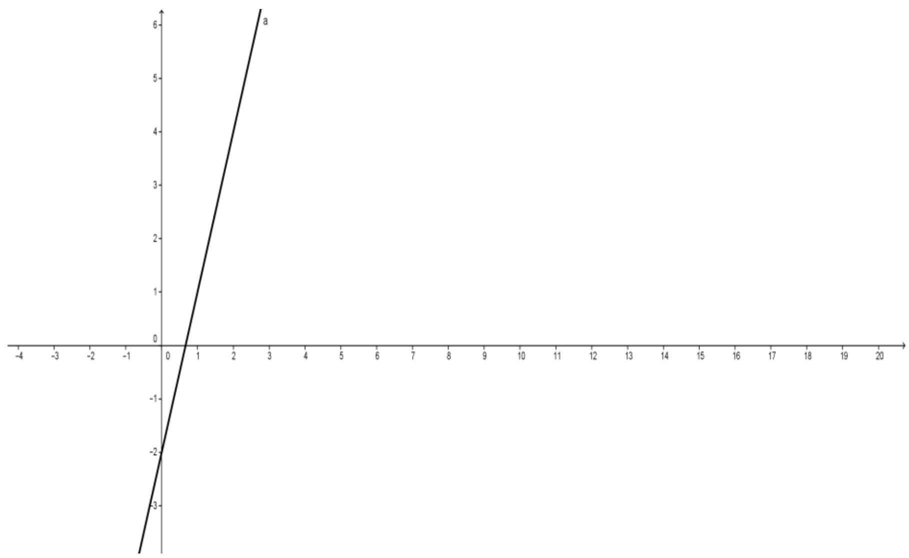
Si igualamos a cero nos queda -x – 1 = 0.

En este caso el cero de la función es x=-1.

Respuestas:

Ejercicio 4:

1) Dada $g:\Re \Rightarrow \Re \ / \ y=3x-2$ a) Su representación gráfica es:



b) la gráfica obtenida corresponde a la recta de una función lineal.

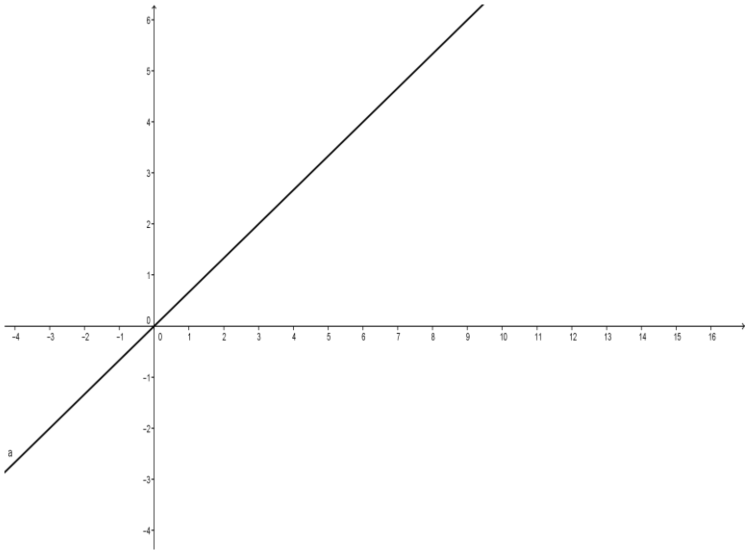
c) La intersección con el eje y es la ordenada el origen en este caso y=-2

La intersección con el eje x se calcula igualando a cero la ecuación

$$y=3x-2$$
$$0=3x-2$$
$$2=3x$$
$$\frac{2}{3}=x$$

Por lo tanto, x=2/3

1) Dada $f:\Re \Rightarrow \Re \ / \ y=\frac{2}{3}x$ a) Su representación gráfica es:



b) la gráfica obtenida corresponde a la recta de una función lineal.
c) La intersección con el eje y es la ordenada al origen en este caso y=0, porque cuando en la ecuación no figura la ordenada al origen entonces es 0 (cero).
La intersección con el eje x se calcula igualando a cero la ecuación

$$y = \frac{2}{3}x$$

$$0 = \frac{2}{3}x$$ Por lo tanto, x=0

$$0 : \frac{2}{3} = x$$

$$0 = x$$

Respuesta:

Ejercicio 5:
En las siguientes funciones indique la pendiente y la ordenada al origen:

1. $y = 2x - 1$

Respuesta:

Pendiente a = 2 ordenada al origen b = -1

2. $x + 2y - 4 = 0$

Respuesta:

Despejando **y** resulta $y = -\frac{1}{2}x + 2$, luego: a=-1/2 b=2

3. $y = 4x$

Respuesta:

a = 3   b = 0

4. $y + 4 = 7x$

Respuesta:

Despejando **y** resulta $y = 7x - 4$, luego: a=7   b=-4

5. $y - 1 = 5x + 3$

Respuesta:

Despejando **y** resulta $y = 5x + 4$, luego: a=5   b=4

6. $2y - 3 = 2x$

Respuesta:

Despejando **y** resulta $y = 1x + \frac{3}{2}$, luego: a=1   b=3/2

Actividad 2:

- **Ejercicio 1:**

1) Una recta que pasa por el punto P= (-1; 5) y la pendiente es -3.
2) Una recta que pasa por el punto R= (2;5) y la pendiente es 4.
   a) Halle la ecuación de cada recta.
   b) Dibuje cada recta en un mismo gráfico

c) **Ejercicio 2:**

1) Una recta pasa por los puntos de coordenadas Q= (-1; 2) y R= (0; 3).
2) Una recta pasa por los puntos de coordenadas S= (2; -4) y T= (-3;-1)
   a) Halle la ecuación de cada recta.
   b) Dibuje cada recta en un mismo gráfico.

Respuesta:

Ejercicio 1:

1)

$$\begin{aligned}
&y = ax + b\\
&reemplazo\text{"}a\text{"}\\
&y = -3x + b\\
&reemplazo\text{"}P\text{"}\\
&5 = -3.(-1) + b\\
&5 = 3 + b\\
&5 - 3 = b\\
&2 = b
\end{aligned}$$

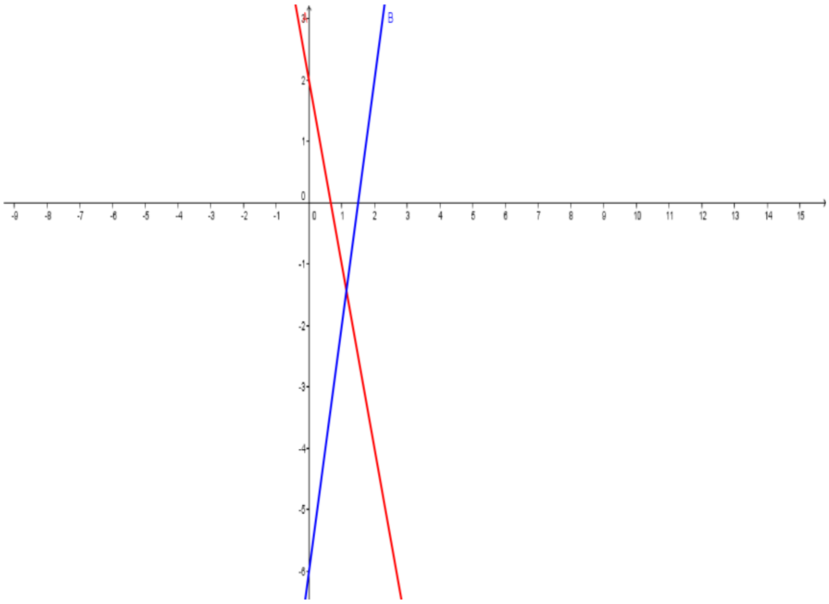
La ecuación es: $y = -3x + 2$ representada en el gráfico por la recta roja

2)

$$\begin{aligned}
&y = ax + b\\
&reemplazo\text{"}a\text{"}\\
&y = 4x + b\\
&reemplazo\text{"}R\text{"}\\
&2 = 4.2 + b\\
&2 = 8 + b\\
&2 - 8 = b\\
&-6 = b
\end{aligned}$$

La ecuación es: $y = 4x - 6$ representada en el gráfico por la recta azul

Representamos ambas rectas en el siguiente gráfico:



Respuesta:

Ejercicio 2:

$$y = ax + b$$
$$Q = (-1;2)$$
$$2 = a.(-1) + b \Rightarrow 2 - b = -a \Rightarrow -2 + b = a$$

$$y = ax + b$$
$$R = (0;3)$$
$$3 = a.0 + b \Rightarrow 3 - 0a = b \Rightarrow 3 = b$$

Reemplazo "b" en :

$$-2 + b = a$$
$$-2 + 3 = a$$
$$1 = a$$

La ecuación es: $y = x + 3$ representada en el grafico por la recta verde

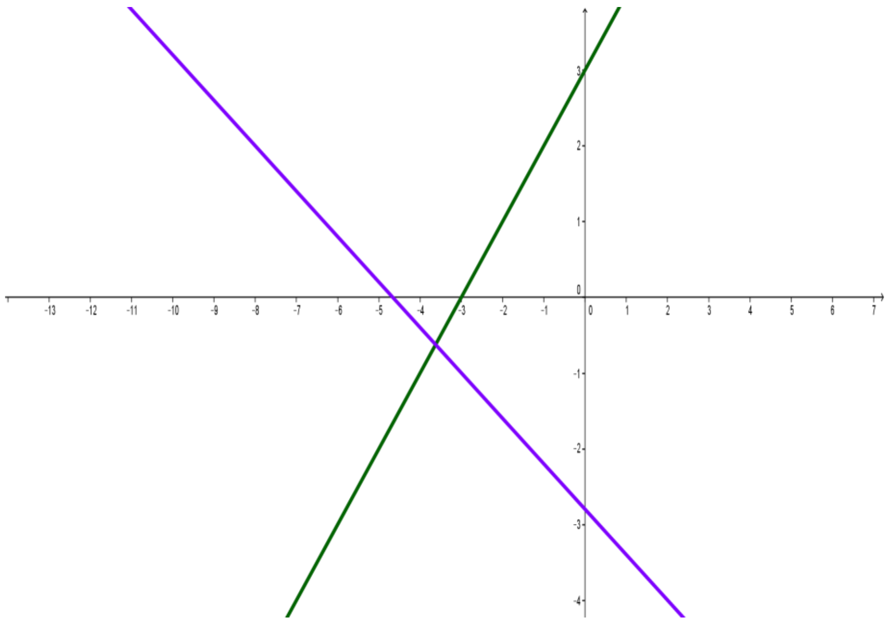
$$y = ax + b$$
$$S = (2;-4)$$
$$-4 = a2 + b \Rightarrow -4 - 2a = b$$

$$y = ax + b$$
$$T = (-3;-1)$$
$$-1 = a(-3) + b \Rightarrow -1 + 3a = b$$

$$Igualando$$
$$-4 - 2a = -1 + 3a$$
$$-4 + 1 = 3a + 2a$$
$$-3 = 5a$$
$$-\frac{3}{5} = a$$
$$\mathrm{Re}\,emplazo$$
$$-1 + 3.(-\frac{3}{5}) = b$$
$$-1 - \frac{9}{5} = b$$
$$-\frac{14}{5} = b$$

La ecuación es: $y = -\frac{3}{5}x - \frac{14}{5}$ representada en el gráfico por la recta violeta

Representamos ambas rectas en el siguiente gráfico:



Actividad 3:

Ejercicio 1:
Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones analíticamente, utilizando el método de igualación y represente gráficamente:

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5x - 4y = 12 \\ x + y = 6 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 10x - 2y = 6 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 4x + 6y = 6 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 5x - 10y = 10 \end{cases}$

Respuesta:

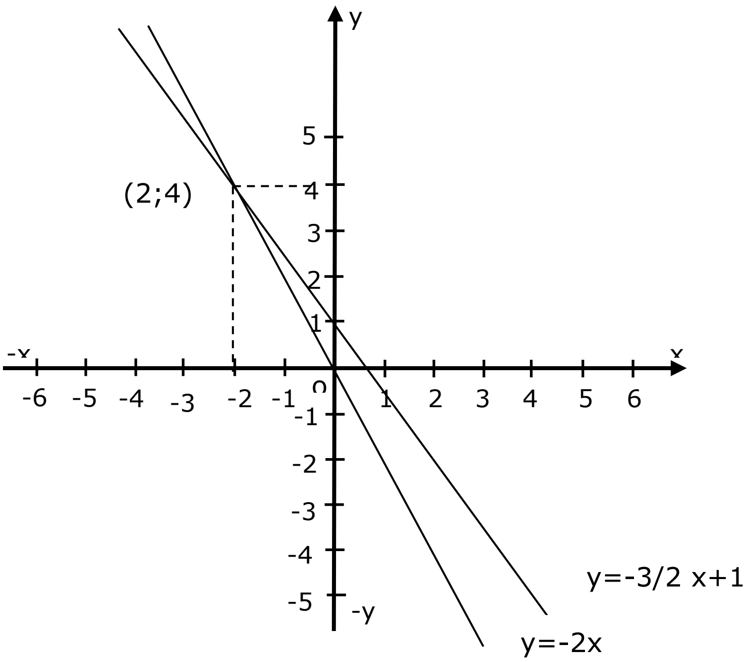
1. $\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

Utilizando el método igualación

$$\textit{Despejamos "y" en la s dos ecuaciónes}$$
$$y = -2x$$
$$y = 1 - \frac{3}{2}x$$
$$\textit{Igualamos:}$$
$$-2x = 1 - \frac{3}{2}x$$
$$-2x + \frac{3}{2}x = 1$$
$$-\frac{1}{2}x = 1$$
$$x = -2$$

$$y = -2x$$
$$y = (-2).(-2)$$
$$y = 4$$

Resulta: x = -2 , y = 4



Respuesta:

2. $\begin{cases} 5x - 4y = 12 \\ x + y = 6 \end{cases}$

Utilizando el método de Igualación

$$Despejamos\ "y"\ en\ las\ dos\ ecuaciónes$$

$$y = 6 - x$$

$$y = -3 + \frac{5}{4}x$$

$$6 - x = -3 + \frac{5}{4}x$$

$$6 + 3 = \frac{5}{4}x + x$$

$$9 = \frac{9}{4}x$$

$$9 : \frac{9}{4} = x$$

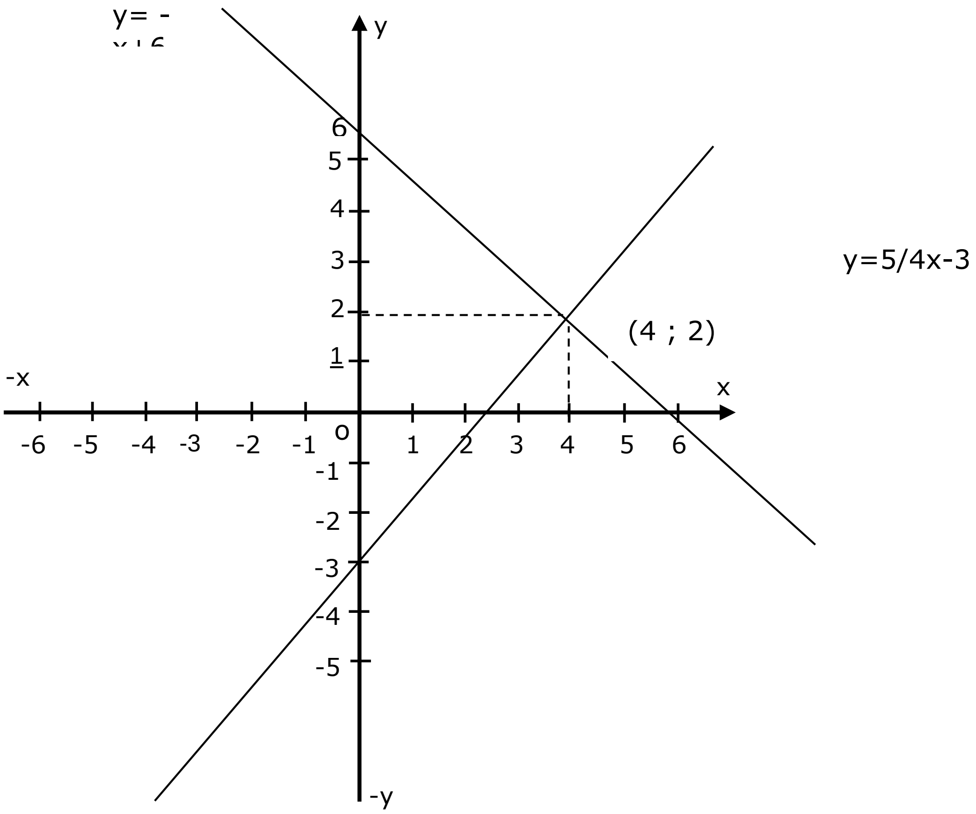
$$4 = x$$

$$y = 6 - x$$

$$y = 6 - 4$$

$$y = 2$$

Resulta: x = 4 , y = 2



Respuesta:

3. $\begin{cases} x+y=3 \\ 10x-2y=6 \end{cases}$

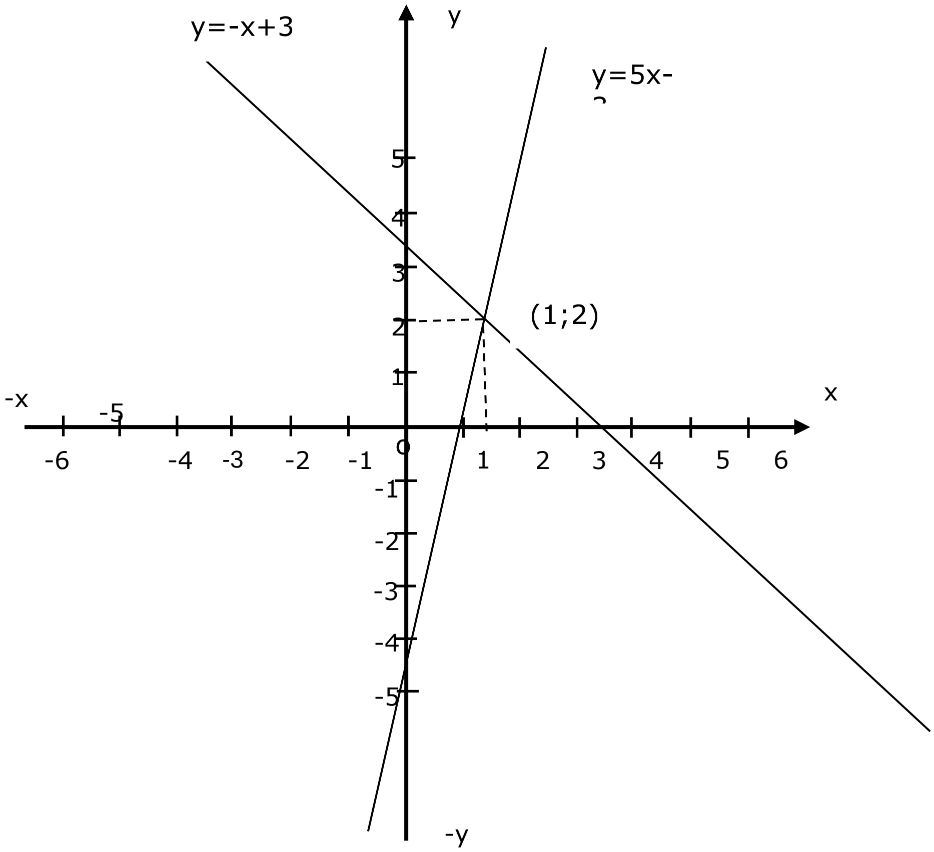
Utilizando el método de igualación

$$\textit{Despejamos "y" en las dos ecuaciones}$$
$$y=-x+3$$
$$y=5x-3$$
$$\textit{Igualamos ambas:}$$
$$\textit{porque} \quad y=y$$
$$-x+3=5x-3$$
$$-x-5x=-3-3$$
$$-6x=-6$$
$$x=-6:(-6)$$
$$x=1$$

$y = -x + 3$

$y = -1 + 3$ resulta: x = 1 , y = 2

$y = 2$



Respuesta:

4. $\begin{cases} 4x + 6y = 6 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$

Utilizando el método de igualación

$$Despejamos\ "y"\ en\ las\ dos\ ecuaciones$$

$$y=-\frac{2}{3}x+1$$

$$y=-\frac{2}{3}x+4$$

$$Igualamos\ ambas:$$

$$porque \qquad y=y$$

$$-\frac{2}{3}x+1=-\frac{2}{3}x+4$$

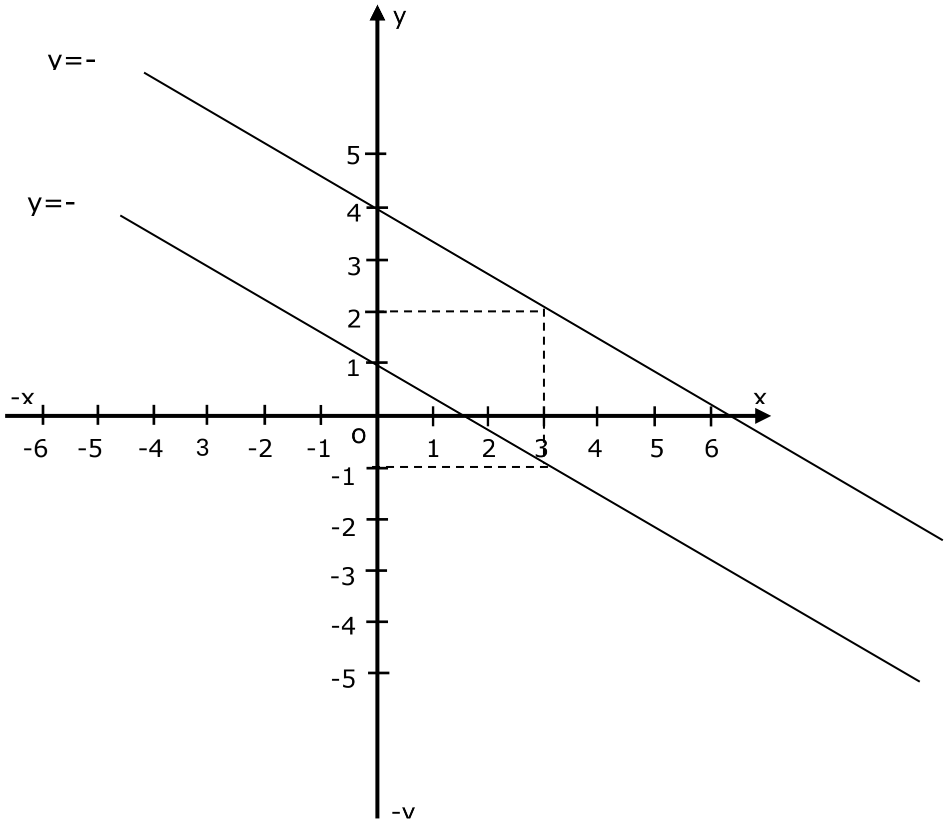
$$-\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}x=4-1$$

$$0x=3$$

$$0=3$$

$$El\ sistema\ no\ tiene\ solución$$

Son dos rectas que nunca se tocan (paralelas)

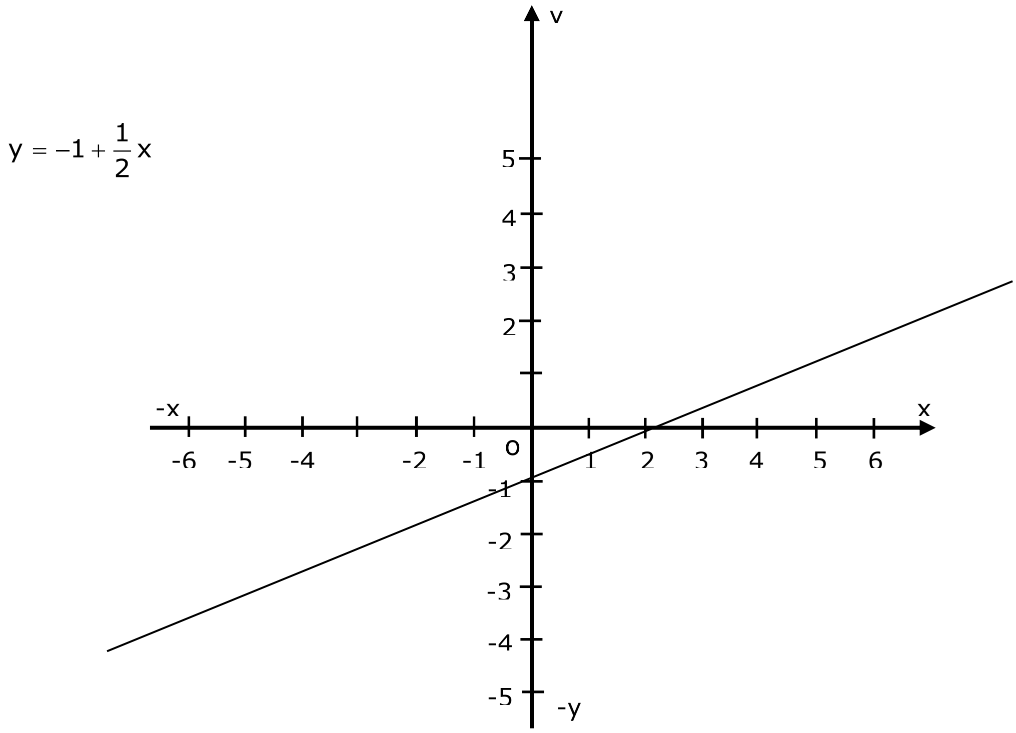


Respuesta:

5. $\begin{cases} x-2y=2 \\ 5x-10y=10 \end{cases}$

Utilizando el método de igualación:

$$\begin{aligned}
&Despejamos\ "x"\ en\ las\ dos\ ecuaciónes\\
&x = 2 + 2y\\
&x = 2 + 2y\\
&2 + 2y = 2 + 2y\\
&2y - 2y = 2 - 2\\
&\qquad 0 = 0\\
&El\ sistema\ tiene\ infinitas\ soluciones
\end{aligned}$$



El sistema tiene infinitas soluciones (cada punto de la recta es solución del sistema).

Ejercicio 2:
Plantee el sistema que permite resolver cada una de las siguientes situaciones problemáticas, resuélvalo por un método a su elección y compruebe la solución.

a) La suma de dos números es 11 y su diferencia 5. ¿Cuáles son los números?

b) Una empresa de turismo cuenta con micros que pueden transportar 30 pasajeros sentados y combis que pueden transportar 12 pasajeros. En total cuenta con 10 unidades. El día que todas viajan completas trasladan 200 pasajeros. ¿Con cuántos micros y con cuántas combis cuenta la empresa?

c) Las edades de Juan y su hijo suman 44 años y la diferencia de las mismas es 16. ¿Cuántos años tiene cada uno?

d) En la panadería de la esquina, Viviana pagó $86.- por 5 kilos de pan y 3 docenas de facturas y Juan pagó $ 32 por 2 kilos de pan y 1 docena de factura, en el mismo lugar. ¿Cuál es el precio del kilo de pan y el de la docena de facturas?

e) En una oficina se compran 14 lápices y 20 bolígrafos en el mes de octubre, con un costo de $129.- y durante el mes de noviembre se compran 20 lápices y 10 bolígrafos de la misma calidad con un costo de $110.-. ¿Cuál es el precio de cada lápiz y cada bolígrafo?

Respuesta:

a) La suma de dos números es 11 y su diferencia 5. ¿Cuáles son los números?

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

Utilizando un método a su elección, por ejemplo igualación, resultará que uno de los números es 3 y el otro 8.

$$Despejamos\, la\, \mathrm{var}\, iable\; y\, en\, ambas:$$

$$y = -x + 11 \qquad\qquad y = x - 5$$

$$Igualamos:$$

$$\begin{aligned} y &= y & \qquad y &= -x + 11 \\ -x + 11 &= x - 5 & \qquad y &= -8 + 11 \\ -x - x &= -5 - 11 & \qquad y &= 3 \\ -2x &= -16 \\ x &= -16 : (-2) \\ x &= 8 \end{aligned}$$

b) Una empresa de turismo cuenta con micros que pueden transportar 30 pasajeros sentados y combis que pueden transportar 12 pasajeros. En total cuenta con 10 unidades. El día que todas viajan completas trasladan 210 pasajeros. ¿Con cuántos micros y con cuántas combis cuenta la empresa?

Llamamos: x = cantidad de micros
y = cantidad de combis

Respuesta:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 30x + 12y = 210 \end{cases}$$

Utilizando un método a su elección, por ejemplo sustitución, resultará que: la empresa cuenta con 5 micros y 5 combis.

$$\textit{Despejamos y en la primera ecuación}:$$
$$y = -x + 10$$
$$\textit{Sustituimos en la segunda ecuación}:$$
$$30x + 12(-x + 10) = 210$$
$$30x - 12x + 120 = 210$$
$$18x = 210 - 120$$
$$x = 90 : 18$$
$$x = 5$$

$$y = -x + 10$$
$$y = -5 + 10$$
$$y = 5$$

c) Las edades de Juan y su hijo suman 44 años y la diferencia de las mismas es 16. ¿Cuántos años tiene cada uno?

Llamamos: x = edad de Juan.
y = edad del hijo de Juan.

Respuesta:

$$\begin{cases} x + y = 44 \\ x - y = 16 \end{cases}$$

Utilizando un método a su elección, por ejemplo igualación, resultará que: la edad de Juan es 30 y la de su hijo 14.

$$\textit{Despejamos la variable y en ambas}:$$
$$y = -x + 44 \qquad y = x - 16$$
$$\textit{Igualamos}:$$
$$y = y$$
$$-x + 44 = x - 16$$
$$-x - x = -16 - 44$$
$$-2x = -60$$
$$x = -60 : (-2)$$
$$x = 30$$

$$y = -x + 44$$
$$y = -30 + 44$$
$$y = 14$$

d) En la panadería de la esquina, Viviana pagó $86.- por 5 kilos de pan y 3 docenas de facturas y Juan pagó $ 32 por 2 kilos de pan y 1 docena de factura, en el mismo lugar. ¿Cuál es el precio del kilo de pan y el de la docena de facturas?

Llamamos: x = precio del kilo de pan.
y = precio de la docena de facturas.

Respuesta:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 86 \\ 2x + y = 32 \end{cases}$$

Utilizando un método a su elección, por ejemplo sustitución, resultará que: el kilo de pan cuesta $10.- y la docena de facturas $ 12.

$$\begin{array}{ll}
\textit{Despejamos y en la segunda ecuación}: & \\
y=-2x+32 & \\
\textit{Sustituimos en la primera ecuación}: & y=-2x+32 \\
5x+3(-2x+32)=86 & y=-2.10+32 \\
5x-6x+96=86 & y=-20+32 \\
-x=86-96 & y=12 \\
x=-10:(-1) & \\
x=10 &
\end{array}$$

e) En una oficina se compran 14 lápices y 20 bolígrafos en el mes de octubre, con un costo de $129.- y durante el mes de noviembre se compran 20 lápices y 10 bolígrafos de la misma calidad con un costo de $110.-. ¿Cuál es el precio de cada lápiz y cada bolígrafo?

Llamamos: x = precio de un lápiz.
y = precio de un bolígrafo.

Respuesta:

$$\begin{cases} 14x+20y=129 \\ 20x+10y=110 \end{cases}$$

Utilizando un método a su elección, por ejemplo igualación, resultará que: el precio de cada lápiz es $ 3,50.- y cada bolígrafo $ 4.-

$$\textit{Despejamos la variable y en ambas}:$$

$$y=\frac{-14x+129}{20} \qquad y=\frac{-20x+110}{10}$$

$$\begin{array}{ll}
\textit{Igualamos}: & y=\dfrac{-14x+129}{20} \\
y=y & y=\dfrac{-14.3.50+129}{20} \\
\dfrac{-14x+129}{20}=\dfrac{-20x+110}{10} & y=\dfrac{-49+129}{20} \\
10(-14x+129)=20(-20x+110) & y=\dfrac{80}{20} \\
-140x+1290=-400x+2200 & y=4 \\
-140x+400x=2200-1290 & \\
260x=960 & \\
x=960:260 & \\
x=3.50 &
\end{array}$$

Actividad 4:

Ejercicio 1:

Grafica las siguientes funciones cuadráticas y halla vértice, eje de simetría, raíces y ordenada al origen de cada una de ellas.

a) $y = x^2 - 4x - 5$

b) $y = 4x^2 - 12x + 9$

c) $y = x^2 + x - 6$

d) $y = -3x^2 + 6x$

e $y = 2x^2 - 4$

Respuesta:

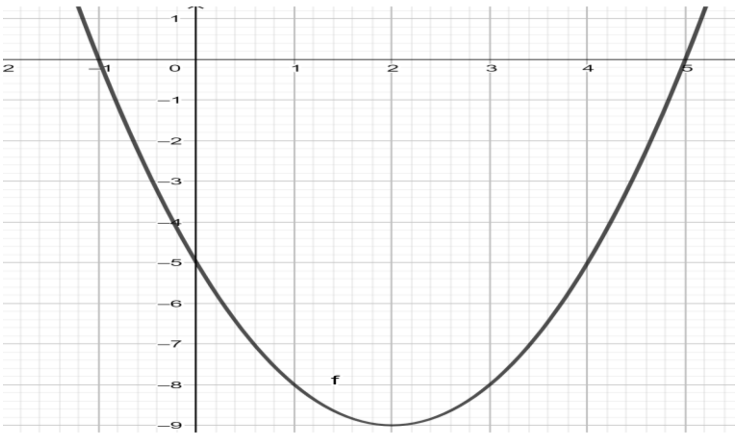
a) $y = x^2 - 4x - 5$

Vértice: (2; -9)

Eje de simetría: x=2

Raíces: 5 y -1

Ordenada: y=-5



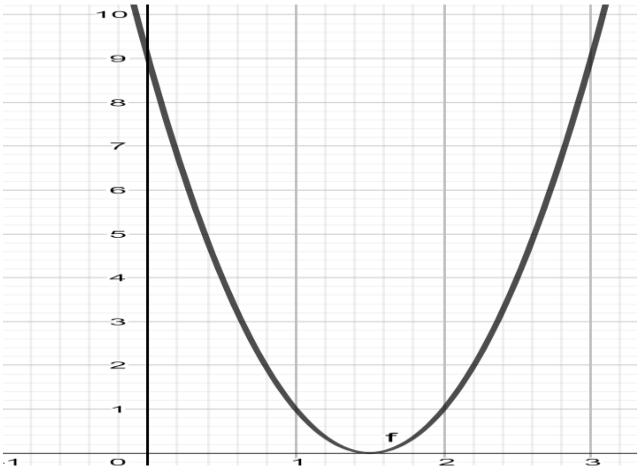
b) $y = 4x^2 - 12x + 9$

Vértice: (3/2; 0)

Eje de simetría: x=3/2

Raíces: 3/2

Ordenada: y=9

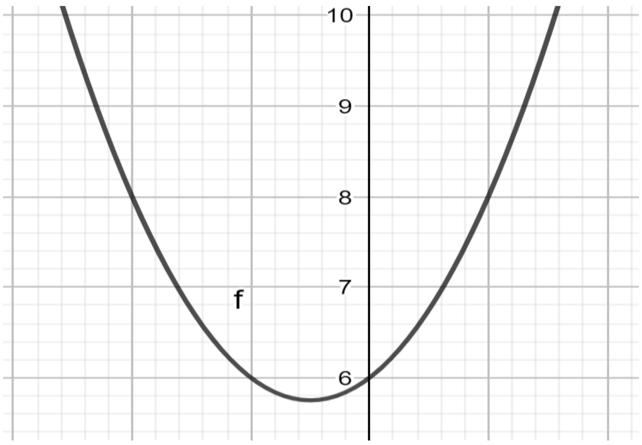


c) $y = x^2 + x - 6$
Vértice: (-1/2; -25/4)

Eje de simetría: x=-1/2

Raíces: -3 y 2

Ordenada: y=-6

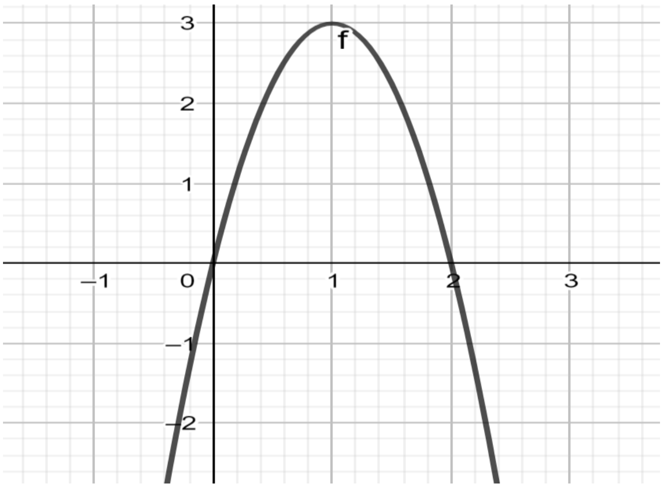


d) $y = -3x^2 + 6x$
Vértice: (1;3)

Eje de simetría: x=1

Raíces: 0 y 2

Ordenada: y=0



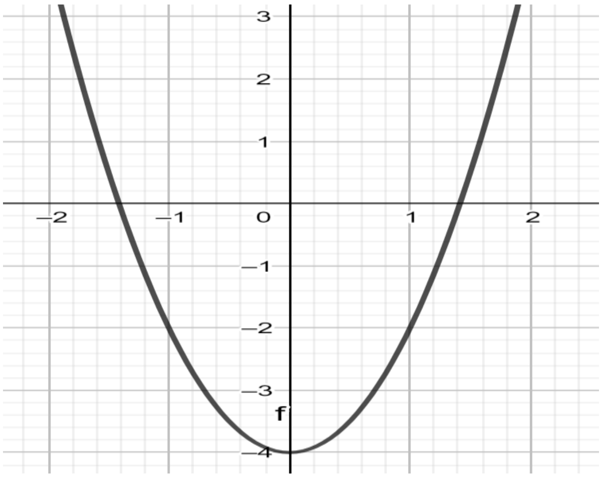
e $y = 2x^2 - 4$

Vértice: (0; -4)

Eje de simetría: x=0

Raíces: $\pm\sqrt{2}$

Ordenada: y=-4



Actividad 5:

- **Ejercicio 1:**
  Determine la ecuación del eje y las coordenadas del vértice de las siguientes funciones expresadas en forma canónica.

$$a)\ y = (x-2)^2 - \frac{4}{5}$$

$$b)\ y = \frac{3}{4}(x+9)^2 - 7$$

$$c)\ y = -\frac{1}{2}(x-3)^2$$

Respuesta:

$a)\ y = (x-2)^2 - \frac{4}{5}$

Eje: x= 2
Vértice: (2; -4/5)

$b)\ y = \frac{3}{4}(x+9)^2 - 7$

Eje: x= -9
Vértice: (-9; -7)

$c)\ y = -\frac{1}{2}(x-3)^2$

Eje: x= 3
Vértice: (3; 0)

Actividad 6:

Ejercicio 1:
Complete el siguiente cuadro:

a (amplitud)	Vértice	Forma canónica	Forma polinómica
3/2	V = (-2 ; -1)		
		$y = -4(x-1)^2 - 4$	
			$y = -x^2 + 4x$
½	V = (1 ; ½)		

Respuesta:

a (amplitud)	Vértice	Forma canónica	Forma polinómica
3/2	V = (-2 ; -1)	$y = 3/2\ (x+2)^2 - 1$	$y = 3/2x^2 + 6x + 5$
-4	V=(1;4)	$y = -4(x-1)^2 - 4$	$Y=-4x^2+8x-8$
-1	V=(2; 4)	$y = -1(x-2)^2 + 4$	$y = -x^2 + 4x$
½	V = (1 ; ½)	$y = 1/2(x-1)^2 + 1/2$	$Y=1/2x^2-x+1$

Ejercicio 2:
Pase a la forma polinómica la función

a) $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2$

b) $y = -\frac{2}{3}(x+3)^2 + 5$

Respuesta:

a) $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2$ $\qquad$ $y = 1/2x^2 - x - 3/2$

b) $y = -\frac{2}{3}(x+3)^2 + 5$ $\qquad$ $y = -2/3x^2 - 4x - 1$

RESUMEN

Esta unidad comienza con una introducción al concepto de relación y de función, aplicadas en diferentes contextos estudiando las variables y los ceros.
Luego se continúa con la modelización y análisis de variaciones lineales, dadas por tablas y gráficos, haciendo referencia a funciones lineales.
Se estudia la elaboración de la ecuación de una recta, utilizando y relacionando diferentes datos.
Siguiendo con los contenidos se introduce la función lineal, pendiente, ordenada, intersección con los ejes, dominio e imagen. Ecuaciones y funciones cuadráticas aplicadas a situaciones problemáticas.
Al finalizar la unidad se encuentra la autoevaluación integrando todos los temas.

AUTOEVALUACIÓN:

Ejercicio 1:

1) Dada $g: \Re \Rightarrow \Re \;/\; y = -2x + 3$

a) Represente en ejes cartesianos
b) ¿Cómo se llama la gráfica obtenida?
c) Encuentre los puntos de intersección con los ejes.
d) Indique pendiente y ordenada al origen

Ejercicio 2:
a) Encuentre la recta que tiene pendiente 4 y pasa por el punto (-1;3).

b) Encuentre la recta que pasa por los puntos (0;5) y (7;0).

c) Represente ambas rectas en un mismo par de ejes cartesianos.

AUTOEVALUACIÓN (RESPUESTAS)

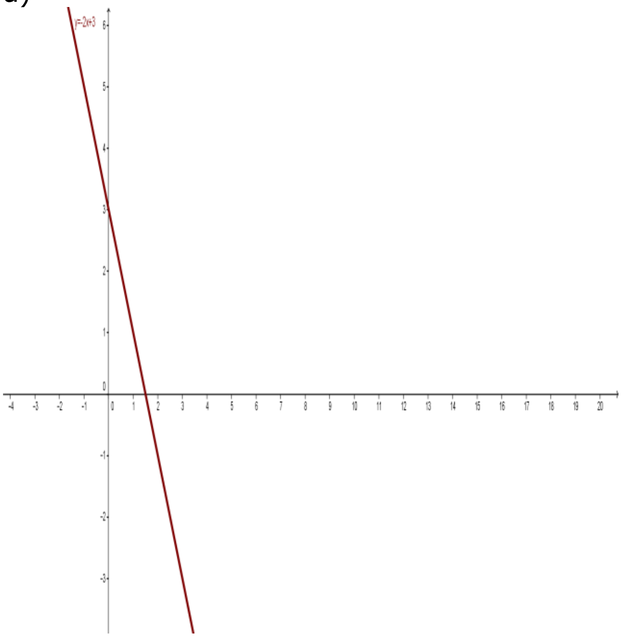
Ejercicio 1:

1) Dada $g:\Re \Rightarrow \Re \ / \ y=-2x+3$

a) Represente en ejes cartesianos
b) ¿Cómo se llama la gráfica obtenida?
c) Encuentre los puntos de intersección con los ejes.
d) Indique pendiente y ordenada al origen.

Respuestas:

a)



b) La gráfica obtenida es una función lineal que se representa por una recta.

c) El punto de intersección con el eje "y" es la ordenada al origen, y=3.

El punto de intersección con el eje "x" lo hallamos dándole a y el valor 0 (cero)

$$y=-2x+3$$
$$0=-2x+3$$
$$0-3=2x$$
$$-\frac{3}{2}=x$$

Por lo tanto, la intersección con el eje x=-2/3

d) Como antes mencionamos la ordenada al origen es 3, la pendiente es -2

Ejercicio 2:

a) Encuentre la recta que tiene pendiente 4 y pasa por el punto (-1;3).
b) Encuentre la recta que pasa por los puntos P= (0;5) y R= (7;0).
c) Represente ambas rectas en un mismo par de ejes cartesianos.

Respuestas:

a)

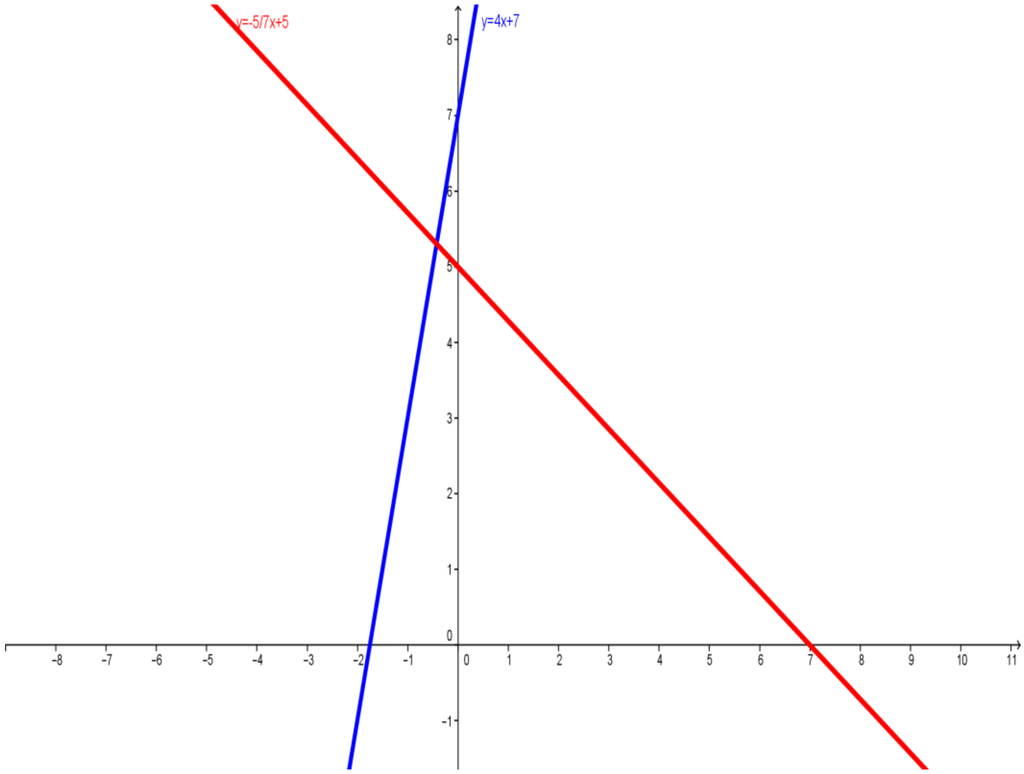
$$y = ax + b$$
$$reemplazo\, la\ pendiente\ a$$
$$y = 4x + b$$
$$reemplazo\, el\ punto:$$
$$3 = 4.(-1) + b$$
$$despejo\, b$$
$$3 = -4 + b$$
$$3 + 4 = b$$
$$7 = b$$
$$La\, ecuación\ de\, la\ recta\ es:$$
$$y = 4x + 7$$

Corresponde la recta azul en el gráfico.

b)

$$y = ax + b$$
$$\mathrm{Re}\, emplazo\, el\ punto\ P$$
$$5 = a.0 + b$$
$$5 = b$$
$$\mathrm{Re}\, emplazo\, el\ punto\ R$$
$$0 = a.7 + b$$
$$reemplazo\, b$$
$$0 = a.7 + 5$$
$$0 - 5 = a.7$$
$$-\frac{5}{7} = a$$
$$La\, ecuación\ de\, la\ recta\ es$$
$$y = -\frac{5}{7}x + 5$$

Corresponde la recta roja en el gráfico.


y=-5/7x+5
y=4x+7

Unidad Didáctica 4
"Figuras planas"

INTRODUCCIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA 4

En esta unidad estudiaremos una parte de la geometría muy importante como es el estudio de la clasificación, propiedades, perímetro y área de triángulos y de polígonos.

Para resolver todas estas situaciones problemáticas debemos hacer un repaso de las operaciones y reducciones con cantidades en el SIMELA.

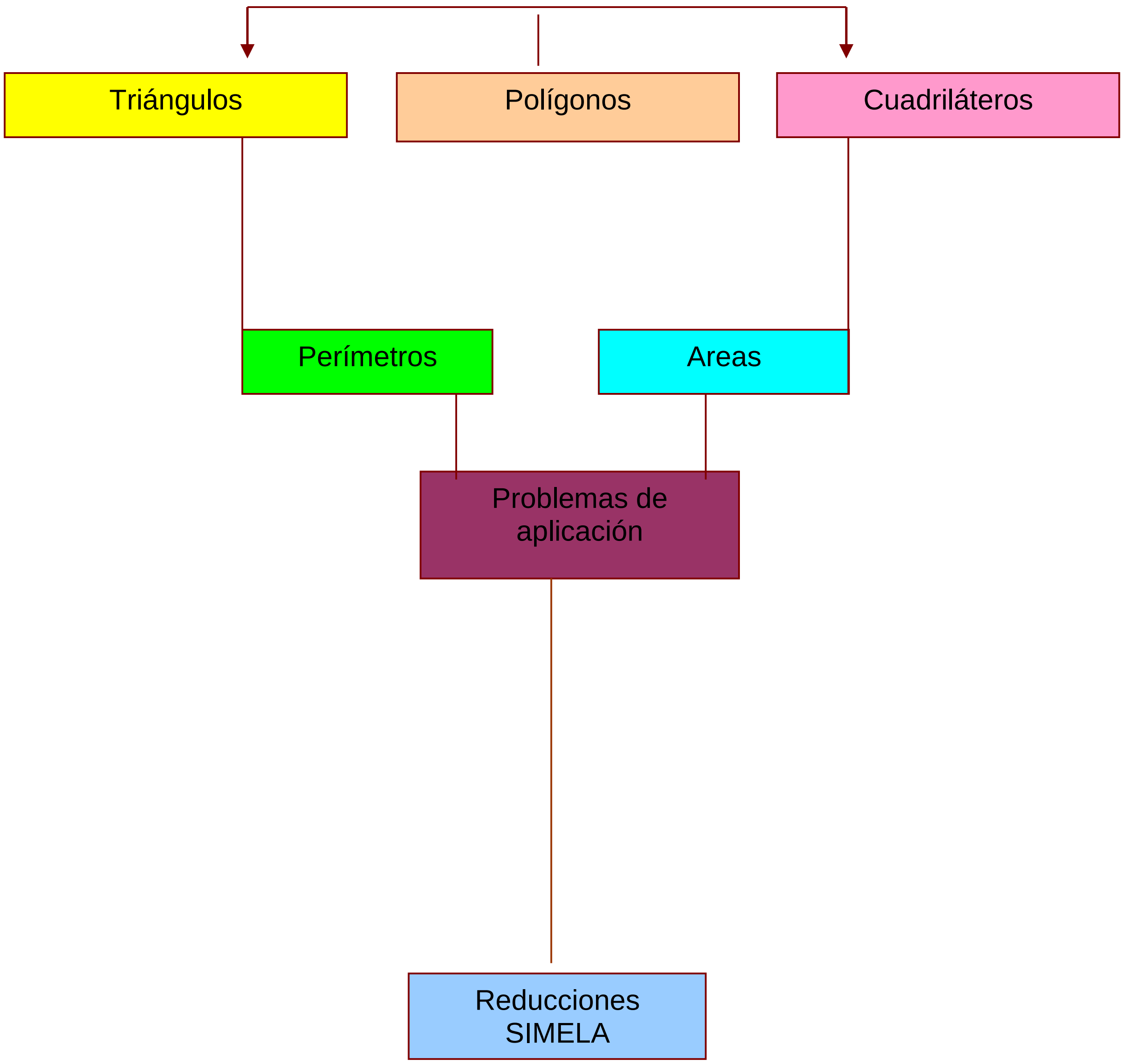
Es una unidad que requiere bastante dedicación, estudio de fórmulas, definiciones, propiedades que las pueden encontrar en los libros de texto recomendados.

OBJETIVOS

Que el alumno sea capaz de:

- Reconocer y clasificar triángulos, según sus lados y ángulos.
- Plantear y resolver problemas, aplicando las relaciones entre los ángulos de un triángulo.
- Aplicar fórmulas de perímetro y área de figuras planas en situaciones problemáticas.
- Aplicar en operaciones reducciones en el SIMELA.

ORGANIZADOR DE CONTENIDOS

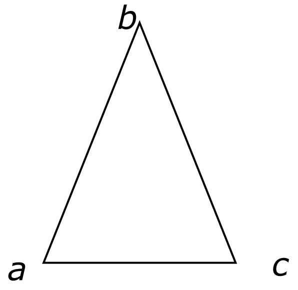


CONTENIDOS

TRIÁNGULOS

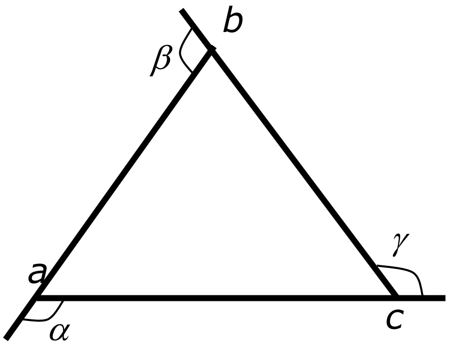
¿Cómo definiría al triángulo $\overset{\Delta}{abc}$ *?*

Se llama triángulo $\overset{\Delta}{abc}$ al conjunto de puntos que tienen en común los ángulos $a\hat{b}c$, $a\hat{c}b$ y $b\hat{a}c$.



$\overset{\Delta}{abc}$ Δ Significa triángulo

Los elementos que forman el triángulo $\overset{\Delta}{abc}$ son los siguientes:



a, b, c vértices (puntos)

$\overline{ab}, \overline{bc}, \overline{ca},$ lados (segmentos)

$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c},$ ángulos interiores

$\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma},$ ángulos exteriores

El ángulo adyacente al ángulo interior de un triángulo, se llama ángulo exterior del mismo.

Observe la figura. Si $\hat{a}$ =30° ¿cuál es el valor de $\hat{\alpha}$? ¿Por qué?

$\hat{\alpha}$ =150° porque $\hat{a} + \hat{\alpha}$ =180° por ser adyacentes

$\hat{\alpha} = 180° - \hat{a}$

$\hat{\alpha} = 180° - 30°$

$\hat{\alpha} = 150°$

Considere el triángulo $a\widehat{b}c$ de la figura anterior.

¿Qué clase de ángulo dio como resultado la suma de los tres ángulos interiores $\widehat{a}, \widehat{b}$ y $\widehat{c}$?

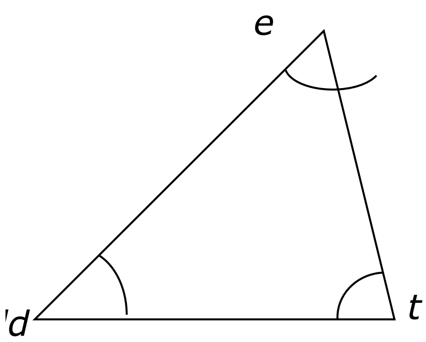
Un ángulo llano

¿A qué es igual la suma de los ángulos interiores de un triángulo?

La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a un ángulo llano, es decir, dos rectos. $\widehat{a} + \widehat{b} + \widehat{c} = 2R$

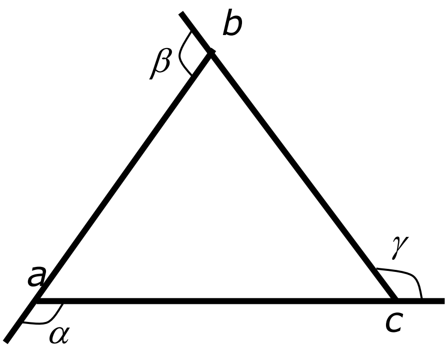
Por ejemplo:

Dado el triángulo $\overset{\Delta}{d\,e\,t}$, calcule el valor de $\hat{e}$, sabiendo que $\hat{d} = 48°$ y $\hat{t} = 76°$.



$$\hat{e} + \hat{d} + \hat{t} = 180°$$
$$\hat{e} + 48° + 76° = 180°$$
$$\hat{e} + 124° = 180°$$
$$\hat{e} = 180° - 124°$$
$$\boxed{\hat{e} = 56°}$$

Observe la siguiente figura de análisis



Calcule el valor de los ángulos exteriores $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$

$$\hat{\alpha} = 180° - \hat{a}$$
$$\hat{\alpha} = 180° - 50°$$

$$\boxed{\hat{\alpha} = 130°}$$

$$\hat{\beta} = 180° - \hat{b}$$
$$\hat{\beta} = 180° - 60°$$

$$\boxed{\hat{\beta} = 120°}$$

$$\hat{\gamma} = 180° - \hat{c}$$
$$\hat{\gamma} = 180° - 70°$$

$$\boxed{\hat{\gamma} = 110°}$$

Analice que relación existe entre "$\hat{\alpha}$" y "$\hat{b}$" y "$\hat{c}$"

"$\hat{\beta}$" y "$\hat{a}$" y "$\hat{c}$"

"$\hat{\gamma}$" y "$\hat{a}$" y "$\hat{b}$"

$$\hat{\alpha} = \hat{b} + \hat{c}$$

$$\hat{\beta} = \hat{a} + \hat{c}$$

$$\hat{\gamma} = \hat{a} + \hat{b}$$

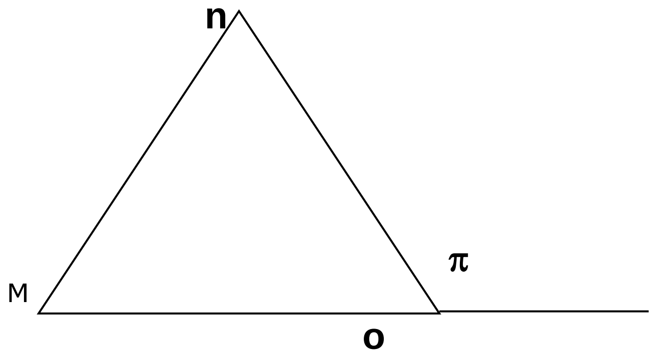
$\hat{b}$ y $\hat{c}$ son ángulos interiores no adyacentes a $\hat{\alpha}$

$\hat{a}$ y $\hat{c}$ son ángulos interiores no adyacentes a $\hat{\beta}$

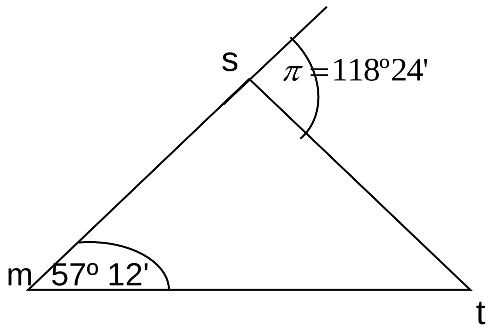
$\hat{a}$ y $\hat{b}$ son ángulos interiores no adyacentes a $\hat{\gamma}$

Relacione lo visto y enuncie la propiedad del ángulo exterior.

Todo ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los ángulos interiores **no** Adyacentes.



$$\boxed{\hat{\pi} = \hat{m} + \hat{n}}$$



$$\hat{s} + \hat{\pi} = 180º$$

$$\hat{s} = 180º - \hat{\pi}$$

$$\hat{s} = 180º - 118º24'$$

$$\boxed{\hat{s} = 61º36'}$$

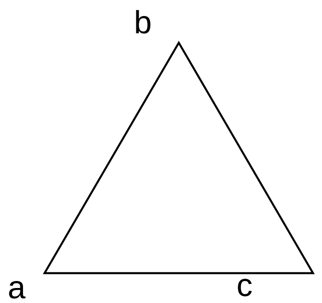
$$\hat{\pi} = \hat{m} + \hat{t}$$

$$118º24' = 57º12' + \hat{t}$$

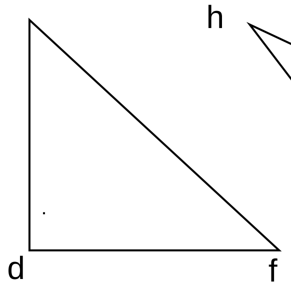
$$118º24' - 57º12' = \hat{t}$$

$$\boxed{61º12' = \hat{t}}$$

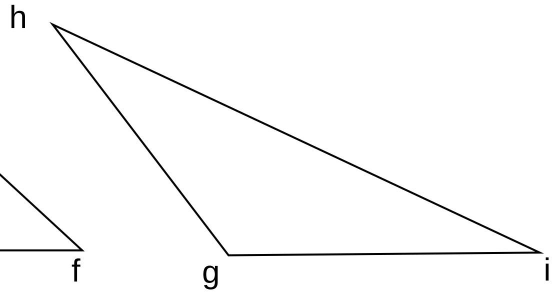
Con los datos de la figura, calcule "$\hat{s}$" y "$\hat{t}$" y clasifiquemos los triángulos según sus ángulos.



Acutángulo
(Tres ángulos agudos)



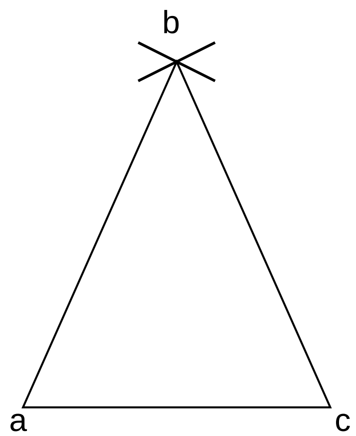
Rectángulo
(Un ángulo recto)



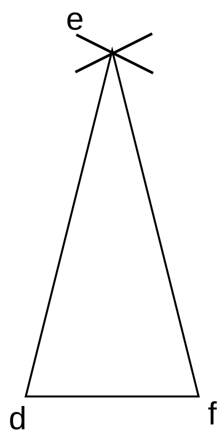
Obtusángulo
(Un ángulo obtuso)

$$\left.\begin{array}{l}\hat{a}\\ \hat{b}\\ \hat{c}\end{array}\right\} < 90º \qquad \hat{d} = 90º \qquad \hat{g} > 90º$$

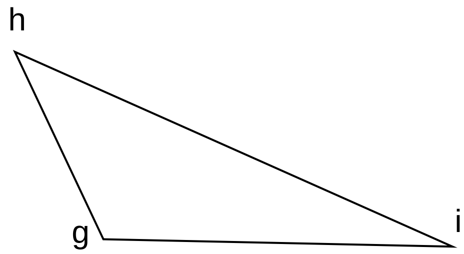
Clasifique los triángulos según sus lados



Equilátero
(Tres lados iguales)

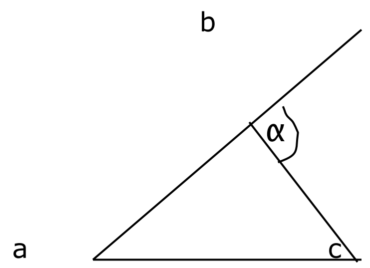


Isósceles
(Dos lados iguales)



Escaleno
(Tres lados desiguales)

En este problema debe encontrar el valor de los ángulos interiores del triángulo y el ángulo exterior marcado, teniendo en cuenta que **el ángulo exterior es igual a la suma de los interiores no adyacentes a él**, es decir $\alpha = a + c$ siendo α, a y c ángulos.



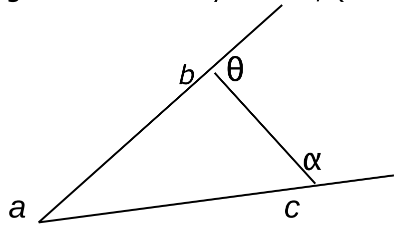
$$\begin{cases} \hat{a} = 2x + 30^{o} \\ \hat{c} = x + 50^{o} \\ \hat{\alpha} = 4x + 70^{o} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &1)\hat{\alpha} = \hat{a} + \hat{c} \\ &\text{Re}\, emplazando en 1 \\ &4x + 70° = 2x + 30° + x + 50° \\ &4x - 2x - x = 30° + 50° - 70° \\ &x = 30° + 50° - 70° \\ &x = 10° \end{aligned}$$

Reemplazando esos valores en $\begin{matrix} \hat{\alpha} = 4.10° + 70° = 110° \\ \hat{a} = 2.10° + 30° = 50° \\ \hat{c} = 10° + 50° = 60° \end{matrix}$

Como la suma de los ángulos interiores es igual a 180°, calculamos
$\hat{b} = 180° - \hat{a} - \hat{c} = 180° - 50° - 60° = 70°$

Calcule los valores de los ángulos indicados, debes recordar que todo ángulo exterior sumado al ángulo interior adyacente, (vecino) a él es igual a 180°.



$$Datos \begin{cases} \hat{c} = 2x - 10^{o} \\ \hat{\alpha} = 3x + 40^{o} \\ \hat{b} = y + 20^{o} \\ \hat{\theta} = 2y + 10^{o} \end{cases}$$

$$\hat{c}+\hat{\alpha}=180°$$
$$2x-10°+3x+40°=180°$$
$$5x=180°+10°-40°$$
$$5x=150°$$
$$x=150°:5$$
$$x=30°$$
$$\text{Re}\,emplazo x$$
$$\hat{c}=2.30°-10°=60°-10°=50°$$
$$\hat{\alpha}=3.30°+40°=90°+40°=130°$$
$$\hat{b}+\hat{\theta}=180°$$
$$y+20°+2y+10°=180°$$
$$3y=180°-20°-10°$$
$$3y=150°$$
$$y=150°:3$$
$$y=50°$$
$$\hat{b}=50°+20°=70°$$
$$\theta=2.50°+10°=110°$$

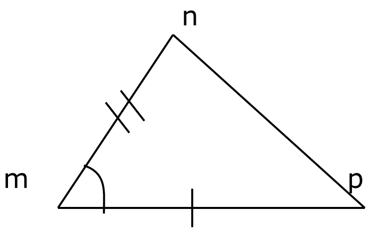
Respuesta:

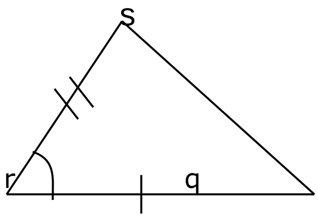
$$\hat{a}=60°;\hat{c}=50°;\hat{\alpha}=130°;\hat{b}=70°;\theta=110°$$

CRITERIOS DE IGUALDAD DE TRIÁNGULOS

Si queremos comparar triángulos, no es necesario verificar la igualdad de los tres lados y de los tres ángulos, basta con que se cumplan algunas condiciones

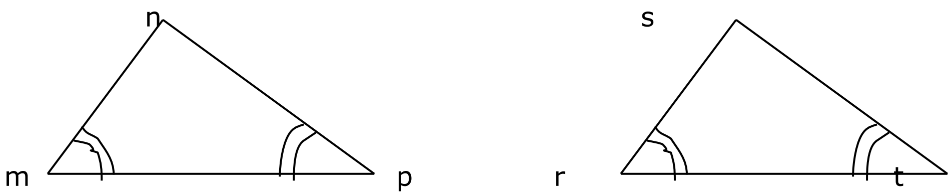
1er Criterio





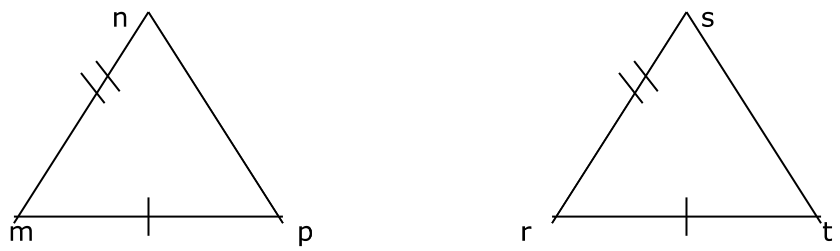
Si dos triángulos tienen 2 lados y el ángulo comprendido respectivamente congruentes (iguales) son congruentes. **L A L**

2do Criterio



Si dos triángulos tienen un lado y los ángulos adyacentes a él respectivamente congruentes, son congruentes. **A L A**

3er Criterio



Si dos triángulos tienen sus tres lados respectivamente congruentes, son congruentes **L L L**

Observación sobre criterios de congruencia (igualdad) de triángulos
En los criterios enunciados anteriormente utilizamos 3 elementos, si esto lo trasladamos a los triángulos rectángulos, solo necesitamos 2 de los tres elementos porque el ángulo recto es común en ellos.

1er Criterio: Si 2 triángulos rectángulos tienen 2 catetos respectivamente congruentes son congruentes.

2do Criterio: Si 2 triángulos rectángulos tienen un cateto y un ángulo agudo respectivamente congruentes, son congruentes.

3er Criterio: Si 2 triángulos rectángulos tienen un cateto y la hipotenusa respectivamente congruentes, con congruentes.

Actividad 1:
Realice la siguiente actividad. Recuerde que las respuestas a estas actividades las encontrará en la parte final del módulo, en el apartado "**Actividades (Respuestas)**".

- **Ejercicio 1:**

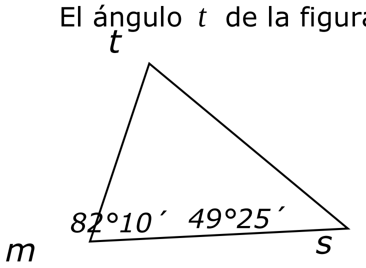
Dado el triángulo $\overset{\Delta}{mxy}$, calcular $\hat{x}$ sabiendo que:

$\hat{m} = 57°16''$

$\hat{y} = 38°57´44''$

Ejercicio 2:

El ángulo $\hat{t}$ de la figura mide:



a) 131° 35´ ☐

b) 59° 35´ ☐

c) 48° 25´ ☐

d) Ninguna de las alternativas anteriores es correcta ☐

Ejercicio 3:

¿En qué casos $\hat{a}$; $\hat{b}$; $\hat{c}$ pueden ser ángulos interiores de un triángulo?

$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{c}$	**SI**	**NO**
46°	33° 20´	100° 47´		
95°	30°	65°		
27° 30´	42° 30´	110°		
30°	90° 10´	59° 50´		

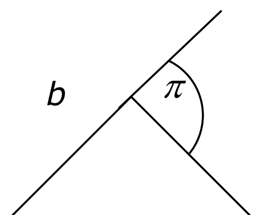
Ejercicio 4:

Dado el triángulo $\overset{\Delta}{def}$, calcular $\hat{d}$, sabiendo que $\hat{e} = 16°48´40''$ y $\hat{f}$ es el triplo de $\hat{e}$.

Ejercicio 5:

En el triángulo $\overset{\Delta}{abc}$, $\hat{a} = 27°$ y $\hat{b} = \frac{3}{2}\hat{a}$. Calcular $\hat{b}$ y $\hat{c}$.

Ejercicio 6:



En la figura:

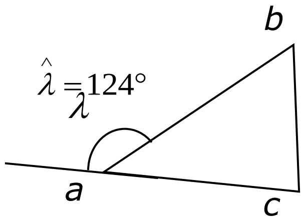
$$\hat{\pi} = 108°10´$$

$$\hat{a} = \frac{2}{3}\hat{\pi} - 15°6´40''$$

Calcular: $\hat{a}$; $\hat{b}$ y $\hat{c}$

- **Ejercicio 7:**

En la figura:



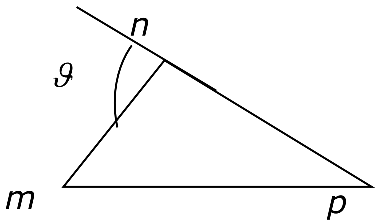
$$\hat{b} = 2\hat{c} + 10°30´$$

$$\hat{\lambda} = 124°$$

Calcular: $\hat{a}$; $\hat{b}$ y $\hat{c}$

- **Ejercicio 8:**

En la figura:



$$\hat{\vartheta} = 3\hat{m} - 20°30´$$

$$\hat{p} = \hat{m} + 5°30´$$

Calcular: $\hat{m}$; y $\hat{p}$

- **Ejercicio 9:**

En la figura

¿Es correcto qué $\hat{\lambda} = 108°33´10''$? ¿Por qué?

- **Ejercicio 10:**

Indicar a qué clase de triángulos, según sus lados, corresponden estos datos.

A

	B	C	
17 cm	14 cm	10 cm	(1)
3,5 m	350 cm	35 dm	(2)
2,7 cm	30 mm	0,19 dm	(3)
0,5 cm	4,9 mm	0,05 dm	(4)

Ejercicio 11:

Dado el triángulo $\overset{\Delta}{pqr}$, rectángulo en $\hat{p}$, calcular $\hat{r}$ sabiendo que $\hat{q} = \frac{3}{2}\hat{r}$.

Ejercicio 12:

A qué clase de triángulos, según sus ángulos, corresponden estos datos.

$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{c}$	1.
50°	$\frac{3}{5}\hat{a}+60°$	$\hat{a}-10°$	(1)
$\frac{3}{2}\hat{b}-9°$	40°	$\frac{7}{4}\hat{b}+19°$	(2)
76°	$\frac{5}{4}\hat{a}$	$\frac{\hat{b}}{5}-10°$	(3)

Ejercicio 13:

Dado el triángulo $\overset{\Delta}{xyz}$, equilátero, calcular la amplitud de cada uno de los ángulos interiores.

Ejercicio 14:

¿Puede un triángulo rectángulo ser equilátero? ¿Por qué?

Ejercicio 15:

¿Puede un triángulo rectángulo ser isósceles? ¿Por qué?

Ejercicio 16:

Determine cuál de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando en cada caso la respuesta.

a) Tres puntos determinan siempre un triángulo.
b) Todos los triángulos son figuras convexas.
c) Algunos triángulos isósceles son equiláteros.
d) Todo triángulo acutángulo es escaleno.
e) Ningún triángulo equilátero es obtusángulo.
f) Todos los triángulos equiláteros son congruentes.

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/basica/ejercicios-interactivos-de-triangulos.html

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/basica/ejercicios-interactivos-de-triangulos-2.html

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

¿Qué característica tiene un triángulo rectángulo?

El triángulo rectángulo tiene un ángulo recto.

Los lados del triángulo rectángulo tienen nombres particulares.

¿Cómo se llaman los que forman el ángulo recto?

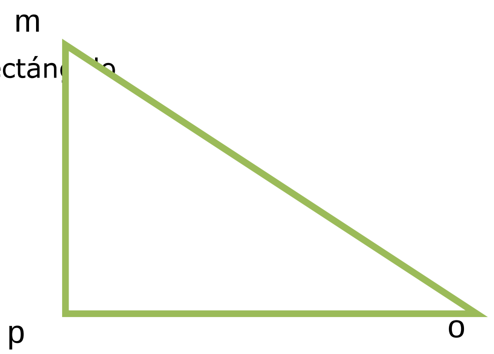
Se llaman catetos

¿Y el que se opone al ángulo recto?

Se llama hipotenusa.

Entonces:

triángulo rectángulo $\overset{\Delta}{mop}$



$\hat{p}$ ángulo recto

$\left.\begin{array}{l}\overline{mp}\\ \overline{op}\end{array}\right\}$ catetos

$\overline{mo} \Rightarrow$ hipotenusa

Recordemos:

La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180º.

En todo triángulo rectángulo un ángulo es recto.

Como consecuencia:

¿A qué es igual la suma de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo?

La suma de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es igual a 90º.

¿Por qué?

Porque, sí

$$\hat{a}+\hat{b}+\hat{c}=180^{\circ}$$

y $\hat{a}=90^{\circ}$

pasando $\hat{a}$ **al segundo miembro**

$$\hat{b}+\hat{c}=180^{\circ}-\hat{a}$$

o sea $\hat{b}+\hat{c}=180^{\circ}-90^{\circ}$

es decir $\hat{b}+\hat{c}=90^{\circ}$

¿Cómo se llaman dos ángulos cuya suma es igual a 90º?

Se llaman complementarios.

¿Qué propiedad cumplen los ángulos agudos de un triángulo rectángulo?

Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo son complementarios.

1. ¿Cuál es el mayor ángulo en un triángulo rectángulo?

El ángulo recto.

2. ¿Qué lado se opone al ángulo recto?

La hipotenusa se opone al ángulo recto.

¿Qué conclusión puede obtener de 1 y 2? ¿Por qué?

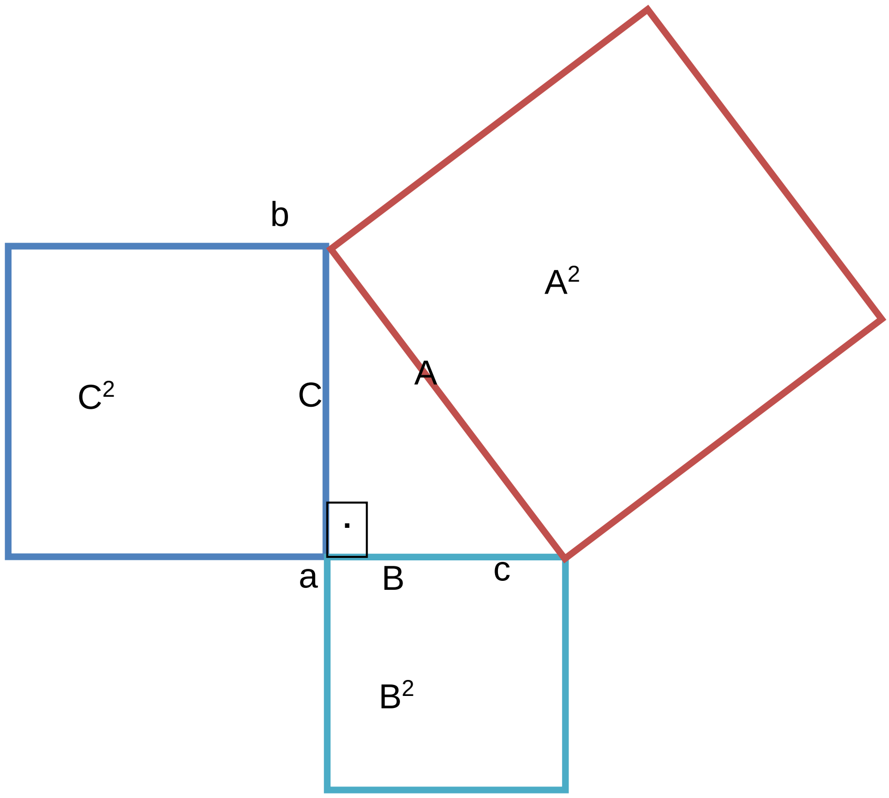
La hipotenusa es el mayor de los lados. Porque a mayor ángulo se opone mayor lado.

TEOREMA DE PITÁGORAS

Dado el triángulo $\overset{\Delta}{abc}$ rectángulo en $\hat{a}$ cuyos lados miden:

$\overline{ab}=4cm$ $\overline{ac}=3cm$ $\overline{bc}=5cm$

Le proponemos construir un cuadrado sobre cada lado del triángulo rectángulo



¿Cuál es la superficie de cada cuadrado?

$$A^2 = 25\ cm^2$$
$$B^2 = 9\ cm^2$$
$$C^2 = 16\ cm^2$$

Si sumamos las superficies de los cuadrados B^2 y C^2 (construidos sobre los catetos) es igual a la superficie del cuadrado A^2 (construido sobre la hipotenusa).

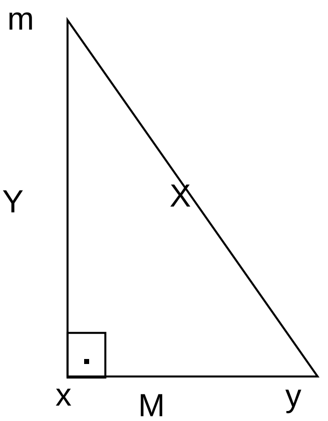
Por lo tanto, podemos escribir: $A^2 = B^2 + C^2$

Esta relación fundamental fue descubierta por el filósofo y matemático griego Pitágoras, y se enuncia de la siguiente manera:

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Por ejemplo:

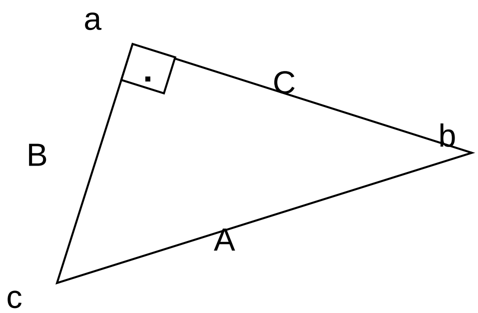
1. Calcular la hipotenusa del siguiente triángulo rectángulo:



M=9 cm
Y=12 cm

$$X^2 = M^2 + Y^2$$
$$X = \sqrt{(9cm)^2 + (12cm)^2}$$
$$X = \sqrt{81cm^2 + 144cm^2}$$
$$X = \sqrt{225\,cm^2}$$
$$X = 15\ cm$$

Calcule el cateto B del siguiente triángulo rectángulo:



Datos
A=20 cm
C=16 cm

$$A^2 = B^2 + C^2$$
$$A^2 - C^2 = B^2$$
$$\sqrt{(20cm)^2 - (16cm)^2} = B^2$$
$$\sqrt{144cm^2} = B$$
$$12cm = B$$

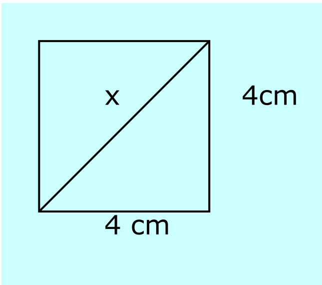
Susana quiere construir una biblioteca, para ello necesita ménsulas sobre las que se apoyarán los estantes.

Los lados de las mismas miden 20 cm y 17 cm, pero para reforzarlas, desea unir los extremos de las mismas. Si desea que su biblioteca tenga diez estantes, ¿Cuántos metros de hierro deberá comprar para realizar el refuerzo?

$$A^2 = B^2 + C^2$$

$A^2 = (20\ cm)^2 + (17\ cm)^2$
$A^2 = 400\ cm^2 + 289\ cm^2$
$A^2 = 689\ cm^2$
$A = \sqrt{689\ cm^2}$
$A = 26{,}25\ cm$

Encuentre la longitud de la diagonal de un cuadrado de 4 cm de lado.



Por el Teorema de Pitágoras:

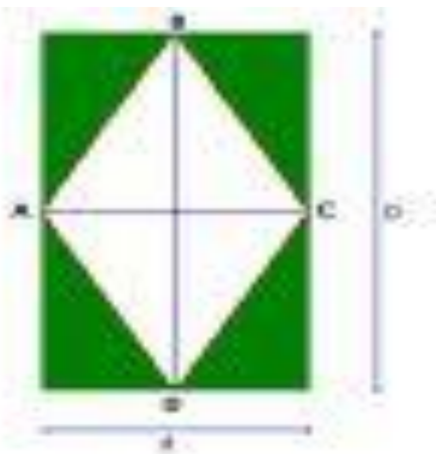
$x^2 = (4\ cm)^2 + (4\ cm)^2$

$x^2 = 16\ cm^2 + 16\ cm^2$

$x = \sqrt{32cm^2}$

$x = 5{,}6\ cm$

En un rombo una diagonal mide 80cm y el otro 30 cm, calcule cuánto vale el perímetro del rombo.
En el rombo las diagonales se cortan mutuamente en partes iguales, entonces la mitad de una diagonal es 40cm y la mitad de la otra diagonal es 15cm.
Como pide el perímetro, necesito calcular el lado, las mitades de las diagonales y los lados forman triángulos rectángulos, entonces por Pitágoras puedo calcular el lado. Recuerde que el rombo tiene los 4 lados iguales.



$$\overline{ab}^2 = \overline{bo}^2 + \overline{oa}^2$$
$$\overline{ab}^2 = 40^2 cm^2 + 15^2 cm^2$$
$$\overline{ab}^2 = 1825 cm^2$$
$$l = \overline{ab} = \sqrt{1825 cm^2} = 42{,}72 cm$$
$$P = 4.l = 4.42{,}72 cm = 170{,}88 cm$$

En este trapecio isósceles calcule la altura, perímetro y el área.
Como la base mayor es 24cm- 12cm =12cm, (por el pedazo que abarca la base menor) y luego, como es un trapecio isósceles esos pedacitos que quedan a los costados de la base mayor son iguales, o sea 12cm:2= 6cm, queda un triángulo rectángulo, donde la hipotenusa es 10cm, un cateto es 6cm y la altura es otro cateto, entonces podemos aplicar Pitágoras.

$$C\overline{B}^2 = N\overline{B}^2 + C\overline{N}^2$$

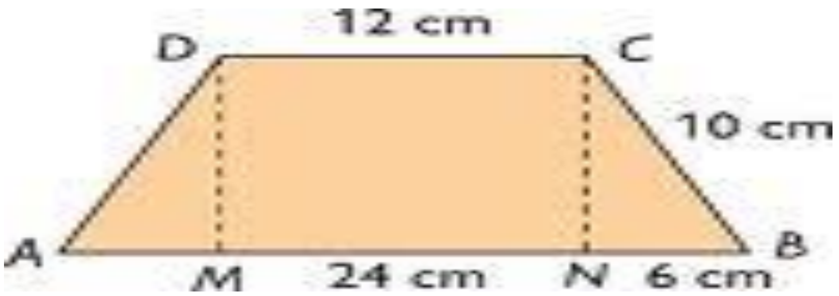
$$10^2 cm^2 = 6^2 cm^2 + C\overline{N}^2$$

$$100cm^2 - 36cm^2 = 64cm^2 = C\overline{N}^2$$

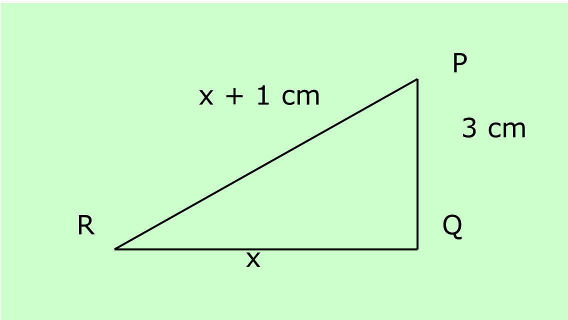
$$\sqrt{64cm^2} = 8cm = CN$$

$$P = l + l + l + l = 10cm + 12cm + 10cm + 24cm = 56cm$$

$$A = \frac{(B+b).h}{2} = \frac{\left(M\overline{N} + D\overline{C}\right).CN}{2} = \frac{(24cm + 12cm).8cm}{2} = 144cm^2$$



- Calcule los lados del triángulo rectángulo $r\overset{\Delta}{p}q$



Aplicando Pitágoras

$$(x+1)^2 = x^2 + 3^2$$
$$x^2 + 2x.1cm + 1^2 cm^2 = x^2 + 9cm^2$$
$$x^2 + 2x - x^2 = 9 - 1$$
$$2xcm = 8cm^2 \Rightarrow x = \frac{8cm^2}{2cm} = 4cm$$

Actividad 2:
Realice la siguiente actividad. Recuerde que las respuestas a estas actividades las encontrará en la parte final del módulo, en el apartado "**Actividades (Respuestas**)".

- **Ejercicio 1:**

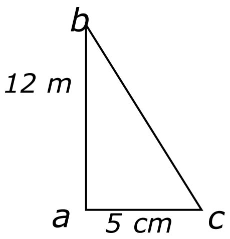
Calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo sabiendo que los catetos miden 15 cm y 36 cm.

- **Ejercicio 2:**

La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 26 cm y un cateto 24 cm. Calcular el otro.

- **Ejercicio 3:**

En el triángulo $\overset{\Delta}{abc}$ rectángulo en $\hat{a}$, la hipotenusa A mide:



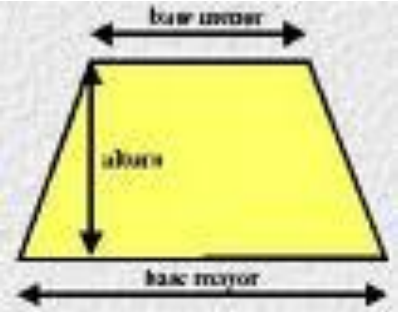
a. 7 cm ( )
b. 17 cm ( )
c. 13 cm ( )
d. Ninguna de las alternativas anteriores es correcta ( )

- **Ejercicio 4:**

El lado de un rombo es de 12,5cm, la diagonal mayor de 20cm. Calcule la diagonal menor.

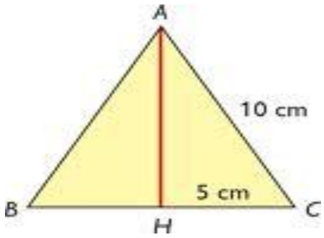
- **Ejercicio 5:**

Las bases de un trapecio isósceles son de 25cm y 17cm, respectivamente, cada uno de los lados no paralelos es de 5cm, calcule la altura del trapecio, el área y el perímetro de la figura.



▶ **Ejercicio 6:**

Calcule la altura del triángulo equilátero de 10cm de lado y el área.



Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/basica/ejercicios-interactivos-del-teorema-de-pitagoras.html

CUADRILÁTEROS

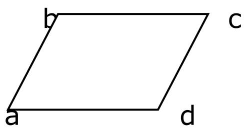
PROPIEDADES DE LAS FIGURAS

Paralelogramo

Los lados opuestos son congruentes (iguales) y paralelos.

Los ángulos opuestos son congruentes (iguales).

Cada diagonal corta a la otra en partes iguales.



Rectángulo

Los lados opuestos son paralelos y congruentes (iguales).

Los ángulos opuestos son congruentes (iguales) y además todos valen 90º, es decir son rectos.

Cada diagonal corta a la otra en partes iguales y además ellas son congruentes.

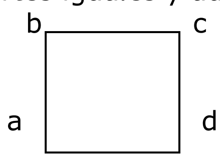
Cuadrado

Es rombo y rectángulo a la vez.

Tienen los lados opuestos paralelos, pero todos son congruentes, o sea los 4 lados iguales

Los ángulos opuestos son congruentes (iguales), todos valen 90º, es decir son rectos.

Cada diagonal corta a la otra en partes iguales y además ellas son congruentes.

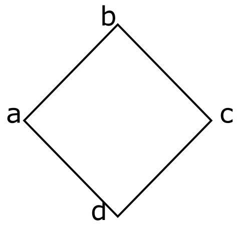


Rombo

Tienen los lados opuestos paralelos, pero todos son congruentes, o sea los 4 lados iguales.

Los ángulos opuestos son congruentes (iguales).

Cada diagonal corta a la otra en partes iguales y además ellas son perpendiculares.

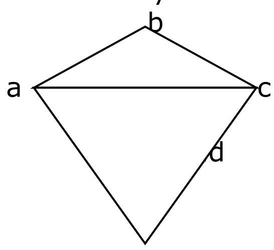


Romboide

Dos pares de lados consecutivos congruentes, pero ningún par de lados paralelos.

Un par de ángulos opuestos congruentes.

Una diagonal corta a la otra en su punto medio y ellas son perpendiculares.



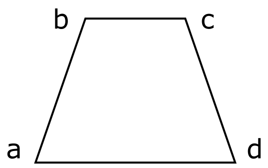
Trapecio

Un par de lados paralelos, llamados bases.

Si es un trapecio isósceles, los lados no paralelos son iguales, los ángulos adyacentes a cada base son iguales entre sí y las diagonales son congruentes.

Las diagonales se cortan en un punto interior.

Si es un trapecio rectángulo tiene un par de ángulos adyacentes congruentes, que son rectos, es decir valen 90º.



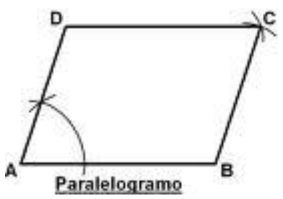
Actividad 3:
Realice la siguiente actividad. Recuerde que las respuestas a estas actividades las encontrará en la parte final del módulo, en el apartado "**Actividades (Respuestas**)".

- **Ejercicio 1:**

Complete:
a) Si abcd es un paralelogramo, entonces $\overline{ab}$ es …… con $\overline{cd}$ y $\overline{ac}$ es con ….$\overline{bd}$
b) En todo paralelogramo, los lados……….son congruentes.
c) Si abcd es un paralelogramo, entonces el ángulo a es…….que el ángulo c y el ángulo d es……con el ángulo b.
d) En todo paralelogramo, los ángulos opuestos son……….

- **Ejercicio 2:**

En un paralelogramo ABCD el ángulo A mide 29°. Calcule los otros ángulos. **La suma de todos los ángulos es 360º y los ángulos opuestos son iguales.**

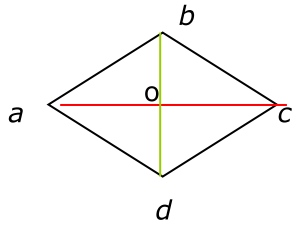


- **Ejercicio 3:**

En el paralelogramo rstp, el ángulo r es el triple de la mitad del ángulo s aumentada en 10°. Calcule el valor de cada uno de los ángulos del paralelogramo.

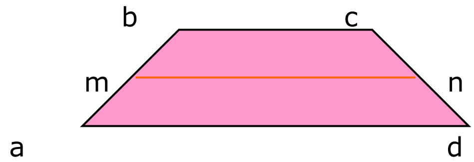
- **Ejercicio 4:**

En un rombo a la mitad de una de las diagonales ao le corresponde la ecuación 2x – 5cm, a la mitad de la otra diagonal ob le corresponde 4x, y la suma de las diagonales enteras (ac + bd) es 110cm ¿Cuánto vale cada diagonal? Realice el gráfico como ayuda para resolver el problema.



- **Ejercicio 5:**

Dado un trapecio, la ecuación correspondiente a la base menor es x + 1cm; la de la base media es x + 2cm y la de la base mayor es 2x. Halle la longitud de las bases y de la base media. Recuerde que la base media de un trapecio es paralela a las bases e igual a la semisuma de las bases, $b_m = \frac{b+B}{2}$ b es base menor, B es base mayor y b_m es base media



- **Ejercicio 6:**

7) Si los ángulos A y C que une la diagonal principal del romboide ABCD miden 109° 34´ 24" y 49° 33´ 16", respectivamente ¿cuánto miden los ángulos B y D?

MEDIDAS DE LONGITUD

Para medir los segmentos utilizamos las medidas de longitud. La unidad de las medidas de longitud es el metro (m).

Existen **múltiplos** que se obtienen multiplicando el metro por 10, 100, 1000. Y **submúltiplos** que se obtienen dividiendo al metro por 10, 100, 1000.

Múltiplos			Unidad	Submúltiplos		
km	hm	dam	m	dm	cm	mm

En este ordenamiento cada unidad es igual a 10 unidades del orden siguiente.
Por ejemplo:

2,5 dm a dam

Para efectuar esta reducción debemos tener presente que la última cifra entera corresponde a la denominación.

0,	0	2	,5	
dam		m		**Dm**

Para pasar de una unidad a otra mayor debemos dividir, por lo tanto:

2,5 dm = 0,025 dam

12 km a m

12	0	0	0
Km	hm	dm	m

Para pasar de una unidad a otra menor debemos multiplicar, por lo tanto:

12 Km= 12.000 m

Actividad 5:
Realice la siguiente actividad. Recuerde que las respuestas a estas actividades las encontrará en la parte final del módulo, en el apartado "**Actividades (Respuestas)**".

- **Ejercicio 1:**

Efectuar las siguientes reducciones:
a. 12 m a cm =

b. 0,8 km a hm =

c. 1,3 mm a cm =

d. 0,16 m a dm =

e.1,8 dm a dam =

- **Ejercicio 2:**

Unir con una flecha la expresión equivalente:

34,8 m	12.000 mm
16 cm	1,8 cm
0,1 km	3,48 dam
12 m	0,00016 km
18 mm	100.000 mm

Ejercicio 3:
Resuelva teniendo en cuenta las equivalencias.

a. 42,12 hm – 176,4 dam – 1730 dm – 832,7 cm = …………m

b. 0,83 dam – ¼ m + 8,5 km = ………………………dm

PERÍMETROS Y ÁREAS

FÓRMULAS DE AREAS

A (cuadrado) = l^2

A (rectángulo) = $b.h$

A (triángulo) = $\frac{b.h}{2}$

A (trapecio) = $\frac{(b+B).h}{2}$ b es la base menor y B es la base mayor

A (rombo) = $\frac{d.D}{2}$ d y D son las diagonales

A (romboide) = $\frac{d.D}{2}$ d y D son diagonales

Para calcular perímetros se suman los valores de los lados de la figura

Problemas

En un triángulo escaleno, (tiene los 3 lados distintos) abc, de 2m de perímetro, el lado ab mide 0,924m y el lado bc es 2/3 de ab ¿Cuánto mide ac?

$$a\overline{b} + b\overline{c} + c\overline{a} = 2m$$

$$0{,}924m + \frac{2}{3}0{,}924m + c\overline{a} = 2m$$

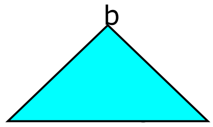
$$0{,}924m + 0{,}616m + c\overline{a} = 2m$$

$$1{,}54m + c\overline{a} = 2m \Rightarrow c\overline{a} = 2m - 1{,}54m = 0{,}46m$$

Respuesta:

El tercer lado mide 0,46m

Un terreno de forma triangular isósceles, tiene un perímetro de 189,45m. Si su base es 2/5 del perímetro ¿Cuánto mide c/u de los lados iguales?



$$a\overline{b} = b\overline{c}$$

$$P = a\overline{b} + b\overline{c} + a\overline{c}$$

$$189{,}45m = x + x + \frac{2}{5}189{,}5m$$

$$189{,}45m = 2x + 75{,}8m$$

$$189{,}45m - 75{,}8m = 2x$$

$$\frac{113{,}65m}{2} = x$$

$$56{,}825m = x = a\overline{b} = b\overline{c}$$

Sabemos que el triángulo isósceles tiene dos lados iguales y que el perímetro es la suma de todos los lados.

Una discoteca desea alfombrar una pista rectangular de 7m de largo y 50dm de ancho y colocar un cordón alrededor de la misma. Se desea saber
a) La superficie que se debe cubrir con la alfombra.
b) ¿Cuántos metros de cordón se necesitarán?

Respuesta:

$$A = b.h$$

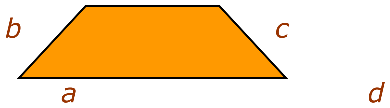
$$50dm \rightarrow 5m$$

$$A = 7m.5m = 35m^2$$

$$P = 7m + 7m + 5m + 5m = 24m$$

a) A=35m^2 b) P=24m

En un trapecio, la base mayor mide 24cm, la base menor es igual a 2/3 de la medida de la base mayor, la altura es igual a la mitad de la base menor. Determine el área del trapecio.



Respuesta:

A=160cm^2

$$A = \frac{(b+B).h}{2}$$

$$b = \frac{2}{3}.B = 24cm.\frac{2}{3} = 16cm$$

$$h = \frac{1}{2}.b = \frac{1}{2}.16cm = 8cm$$

$$A = \frac{(16cm + 24cm).8cm}{2} = 160cm^2$$

Si la superficie de un rombo es de 1 080cm^2 y la diagonal menor es igual a 3/5 de la diagonal mayor, calcule el valor de cada diagonal.

Respuesta:

D = 60cm y d = 36cm

$$A = \frac{d.D}{2}$$

$$d = \frac{3}{5}.D$$

$$1080cm^2 = \frac{\frac{3}{5}.D.D}{2} = \frac{3D^2}{10}$$

$$10800cm^2 = 3D^2$$

$$10800cm^2 : 3 = D^2$$

$$3600cm^2 = D^2$$

$$\sqrt{3600cm^2} = D$$

$$60cm = D$$

$$\frac{3}{5}.60cm = 36cm = d$$

Actividad 4:

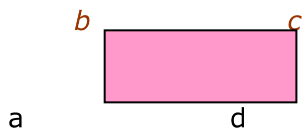
Realice la siguiente actividad. Recuerde que las respuestas a estas actividades las encontrará en la parte final del módulo, en el apartado "**Actividades (Respuestas)**".

- **Ejercicio 1:**

Un triángulo mide 12,3dm de base, si su altura es la tercera parte de la base ¿Cuántos m^2 contiene su área?

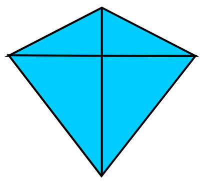
- **Ejercicio 2:**

Halle el área de un terreno rural de forma rectangular cuyas dimensiones son de 5000dm y 2800cm ¿Cuántas hectáreas tiene el terreno?



- **Ejercicio 3:**

Calcule la superficie o área de un romboide si la suma de sus diagonales es de 75cm y su diferencia es de 19cm.



Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/basica/problemas-de-areas-de-poligonos.html

ACTIVIDADES (RESPUESTAS)

Actividad 1:

Ejercicio 1:

Dado el triángulo $\overset{\Delta}{mxy}$, calcular $\hat{x}$ sabiendo que:

$$\hat{m} = 57°16''$$

$$\hat{y} = 38°57'44''$$

Respuesta:

$$\hat{m} = 57°16''$$

$$\hat{y} = 38°57'44''$$

$$\hat{m} + \hat{x} + \hat{y} = 180°$$

$$\hat{x} = 180° - \left(\hat{m} + \hat{y}\right)$$

$$\hat{x} = 180° - (57°16'' + 38°57'44'')$$

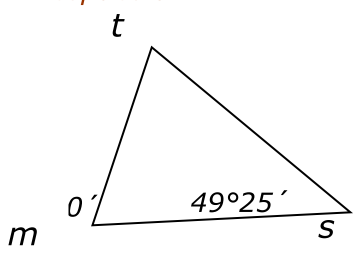
$$\hat{x} = 180° - 95°58'$$

$$\boxed{\hat{x} = 84°2'}$$

Ejercicio 2:

El ángulo $\hat{t}$ de la figura mide:

Respuesta:



e)	131° 35´	☐
f)	59° 35´	☐
g)	48° 25´	x
h)	Ninguna de las alternativas anteriores es correcta	☐

Ejercicio 3:

¿En **qué** casos $\hat{a}$; $\hat{b}$; $\hat{c}$ pueden ser ángulos interiores de un triángulo?

Respuesta:

$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{c}$	SI	NO
46°	33° 20´	100° 47´		**x**
95°	30°	65°		**x**
27° 30´	42° 30´	110°	**x**	
30°	90° 10´	59° 50´	**x**	

Ejercicio 4:

Dado el triángulo $\overset{\Delta}{def}$, calcular $\hat{d}$, sabiendo que $\hat{e} = 16°48´40''$ y $\hat{f}$ es el triplo de $\hat{e}$.

Respuesta:

$$\hat{f} = 3 \cdot 16°48´40''$$

$$\hat{f} = 50°26´$$

$$\hat{d} + \hat{e} + \hat{f} = 180°$$

$$\hat{d} = 180° - \left(\hat{e} + \hat{f}\right)$$

$$\hat{d} = 180° - (16°48´40'' + 50°26´)$$

$$\hat{d} = 180° - 67°14´40''$$

$$\hat{d} = 112°45´20''$$

Ejercicio 5:

En el triángulo $\overset{\Delta}{abc}$, $\hat{a} = 27°$ y $\hat{b} = \frac{3}{2}\hat{a}$. Calcular $\hat{b}$ y $\hat{c}$.

Respuesta:

$$\hat{b} = \frac{3}{2} \cdot 27°$$

$$\boxed{\hat{b} = 40°30´}$$

$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180°$$

$$\hat{c} = 180°\left(\hat{a}+\hat{b}\right)$$

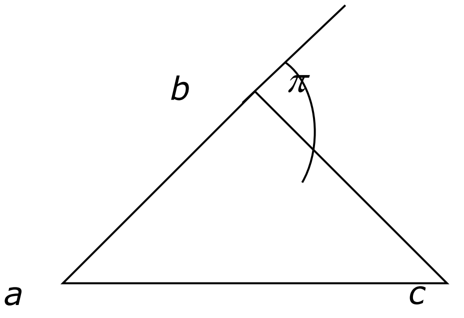
$$\hat{c} = 180° - \left(27 + 40°30´\right)$$

$$\boxed{\hat{c} = 112°30´}$$

$$\hat{c} = 180° - 67°30´$$

▸ Ejercicio 6:

En la figura:



$$\hat{\pi} = 108°10´$$

$$\hat{a} = \frac{2}{3}\hat{\pi} - 15°6´40''$$

Calcular: $\hat{a};\ \hat{b}$ y $\hat{c}$

Respuesta:

$$\hat{b} = 180° - \hat{\pi} \quad \text{por ser adyacentes}$$

$$\hat{b} = 180° - 108°10´$$

$$\boxed{\hat{b} = 71°50´}$$

$$\hat{a} = \frac{2}{3}\hat{\pi} - 15°6´40''$$

$$\hat{a} = \frac{2}{3}\cdot 108°10´ - 15°6´40''$$

$$\hat{a} = 72°6´40'' - 15°6´40''$$

$$\boxed{\hat{a} = 57°}$$

$$\hat{a} + \hat{c} = \hat{\pi}$$

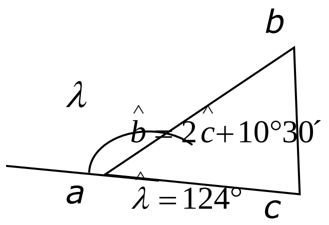
$$\hat{c} = 108°10´ - \hat{a}$$

$$\hat{c} = 108°10´ - 57°$$

$$\boxed{\hat{c} = 51°10´}$$

▸ Ejercicio 7:

En la figura:



$$\hat{b} = 2\hat{c} + 10°30´$$

$$\hat{\lambda} = 124°$$

Calcular: $\hat{a}$; $\hat{b}$ y $\hat{c}$

Respuesta:

$\hat{a} = 180° - \hat{\lambda}$ por ser angulos adyacentes

$\hat{a} = 180° - 124°$

$\boxed{\hat{a} = 56°}$

$\hat{b} + \hat{c} = \hat{\lambda}$

$2\hat{c} + 10°30' + \hat{c} = 124°$

$3\hat{c} + 10°30' = 124°$

$3\hat{c} = 124° - 10°30'$

$\hat{c} = \dfrac{113°30'}{3}$

$\boxed{\hat{c} = 37°50'}$

$\hat{b} = 2 \cdot \hat{c} + 10°30$

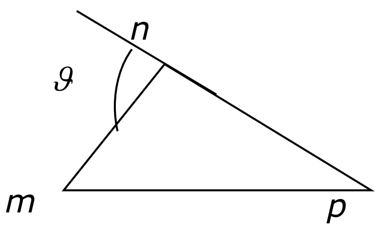
$\hat{b} = 2 \cdot 37°50' + 10°30'$

$\hat{b} = 75°40' + 10°30'$

$\boxed{\hat{b} = 86°10'}$

- **Ejercicio 8:**

En la figura:



$\hat{\vartheta} = 3\hat{m} - 20°30'$

$\hat{p} = \hat{m} + 5°30'$

Calcular: $\hat{m}$; y $\hat{p}$

Respuesta:

$$\hat{p}+\hat{m}=\hat{\vartheta}$$

$$\hat{m}+5°30´+\hat{m}=3\hat{m}-20°30´$$

$$5°30´+20°30´=3\hat{m}-\hat{m}-\hat{m}$$

$$\boxed{26°=\hat{m}}$$

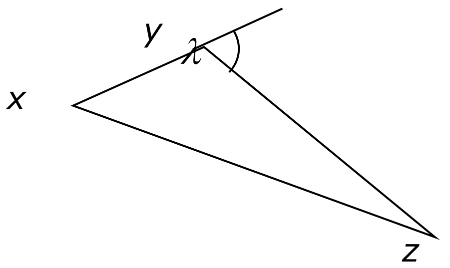
$$\hat{p}=\hat{m}+5°30´$$

$$\hat{p}=26°+5°30´$$

$$\boxed{\hat{p}=31°30´}$$

- **Ejercicio 9:**

En la figura:



Si $\hat{x}=37°50''$

$\hat{z}=71°32´20''$

¿Es correcto qué $\hat{\lambda}=108°33´10''$? ¿Por qué?

Respuesta:

Si.
Porque, todo ángulo exterior es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes.

En este caso:

$$\hat{x}+\hat{z}=37°50''+71°32´20''$$

$$\hat{x}+\hat{z}=108°33´10''$$

y $\hat{\lambda}=108°33´10''$

Ejercicio 10:

Indicar a qué clase de triángulos, según sus lados, corresponden estos datos.

A	B	C	
17 cm	14 cm	10 cm	(1)
3,5 m	350 cm	35 dm	(2)
2,7 cm	30 mm	0,19 dm	(3)
0,5 cm	4,9 mm	0,05 dm	(4)

Respuesta:

(1) ⟶ ESCALENO
(2) ⟶ EQUILÁTERO
(3) ⟶ ESCALENO
(4) ⟶ ISÓSCELES

Ejercicio 11:

Dado el triángulo $\overset{\Delta}{pqr}$, rectángulo en $\hat{p}$, calcular $\hat{r}$ sabiendo que $\hat{q} = \frac{3}{2}\hat{r}$.

Respuesta:

$$\hat{q} = 90° \quad \text{por ser } \overset{\Delta}{pqr} \text{ triángulo rectángulo en } \hat{p}$$

$$\hat{r} + \hat{q} = 90°$$

$$\hat{r} + \frac{3}{2}\hat{r} = 90°$$

$$\frac{5}{2}\hat{r} = 90°$$

$$\hat{r} = \frac{90° \cdot 2}{5}$$

$$\boxed{\hat{r} = 36°}$$

$$\hat{q} = \frac{3}{2}\hat{r}$$

$$\hat{q} = \frac{3}{2} \cdot 36°$$

$$\boxed{\hat{q} = 54°}$$

▸ Ejercicio 12:

A qué clase de triángulos, según sus ángulos, corresponden estos datos.

$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{c}$	
50°	$\frac{3}{5}\hat{a}+60°$	$\hat{a}-10°$	(1)
$\frac{3}{2}\hat{b}-9°$	40°	$\frac{7}{4}\hat{b}+19°$	(2)
76°	$\frac{5}{4}\hat{a}$	$\frac{\hat{b}}{5}-10°$	(3)

Respuesta:

(1) ⟶ Rectángulo

(2) ⟶ Acutángulo

(3) ⟶ Obtusángulo

▸ Ejercicio 13:

Dado el triángulo $\overset{\Delta}{xyz}$, equilátero, calcular la amplitud de cada uno de los ángulos interiores.

Respuesta:

$$\hat{x}+\hat{y}+\hat{z}=180°$$

$$\hat{x}=\hat{y}=\hat{z} \quad \text{por ser ángulos que se oponen a lados iguales}$$

$$\hat{x}+\hat{x}+\hat{x}=180°$$

$$3\hat{x}=180°$$

$$\hat{x}=\frac{180°}{3}$$

$$\hat{x}=60°$$

por lo tanto

$$\hat{x}=\hat{y}=\hat{z}=60°$$

▸ Ejercicio 14:

¿Puede un triángulo rectángulo ser equilátero? ¿Por qué?
Respuesta:
No.

Porque, por definición, el triángulo rectángulo tiene un ángulo recto y el triángulo equilátero tiene sus tres ángulos iguales a 60°.

- **Ejercicio 15:**

¿Puede un triángulo rectángulo ser isósceles? ¿Por qué?

Respuesta:
Si.

Porque un triángulo rectángulo tiene un ángulo recto y puede tener los ángulos agudos iguales. En este caso, estos ángulos serían de 45° cada uno.

Como a ángulos iguales se oponen lados iguales, un triángulo rectángulo puede ser isósceles.

- **Ejercicio 16:**

Determine cuál de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando en cada caso la respuesta.
a) Tres puntos determinan siempre un triángulo.
b) Todos los triángulos son figuras convexas.
c) Algunos triángulos isósceles son equiláteros.
d) Todo triángulo acutángulo es escaleno.
e) Ningún triángulo equilátero es obtusángulo.
f) Todos los triángulos equiláteros son congruentes.

Respuestas:

a) F b) V c) V d) F e) V f) V

Actividad 2:

- **Ejercicio 1:**

Calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo sabiendo que los catetos miden 15 cm y 36 cm.

Respuesta:

$$A^2 = B^2 + C^2$$
$$A^2 = (15cm)^2 + (36cm)^2$$
$$A^2 = 225cm^2 + 1.296cm^2 \qquad \boxed{A = 39\ cm}$$
$$A^2 = 1.521cm^2$$
$$A = \sqrt{1521cm^2}$$

- **Ejercicio 2:**

La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 26 cm y un cateto 24 cm. Calcular el otro.

Respuesta:

$A^2=B^2+C^2$

$A^2-C^2=B^2$

$(26\ cm)^2-(24\ cm)^2=B^2$

$676\ cm^2-576\ cm^2=B^2$

$100\ cm^2=B^2$

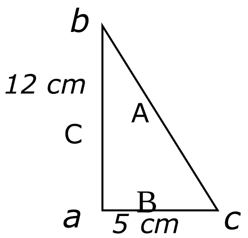
$$\sqrt{100cm^2} = B$$

$$\boxed{10cm = B}$$

- **Ejercicio 3:**

En el triángulo $\overset{\Delta}{abc}$ rectángulo en $\hat{a}$, la hipotenusa A mide:

Respuesta:



a. 7 cm ( )
b. 17 cm ( )
c. 13 cm (**x**)
d. Ninguna de las alternativas anteriores es correcta ( )

- **Ejercicio 4:**

El lado de un rombo es de 12,5cm, la diagonal mayor de 20cm. Calcule la diagonal menor.

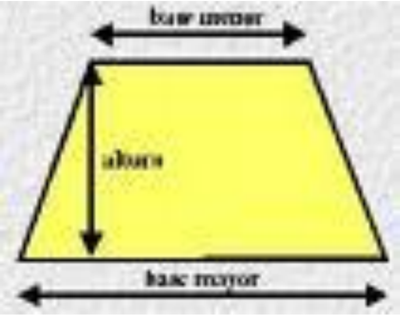
Respuesta:

$$\overline{ab}^2 = \overline{bo}^2 + \overline{oa}^2$$
$$12{,}5^2 cm^2 = 10^2 cm^2 + 0\overline{a}^2$$
$$156{,}25cm^2 - 100cm^2 = o\overline{a}^2$$
$$56{,}25cm^2 = o\overline{a}^2$$
$$\sqrt{56{,}25cm^2} = 7{,}5cm = o\overline{a}$$

Esa sería la mitad de la diagonal, por lo que expliqué en el problema anterior, para tener la longitud total de la diagonal la tengo que multiplicar por 2, es decir 7,5cm.2=15cm

- **Ejercicio 5:**

Las bases de un trapecio isósceles son de 25cm y 17cm, respectivamente, cada uno de los lados no paralelos es de 5cm, calcule la altura del trapecio, el área y el perímetro de la figura.



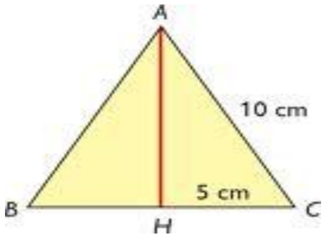
Se realiza igual que el anterior, los pedacitos laterales en la base mayor sonde 4cm o sea 25cm-17cm=8cm, luego 8cm:2=4cm

Respuesta:

Altura =3cm, P=52cm, A=63cm

- **Ejercicio 6:**

10) Calcule la altura del triángulo equilátero de 10cm de lado y el área.



$$\overline{AC}^2 = \overline{HA}^2 + \overline{HC}^2$$
$$10^2 cm^2 = \overline{HA}^2 + 5^2 cm^2$$
$$100cm^2 - 25cm^2 = 75cm^2 = \overline{HA}^2$$
$$\sqrt{75cm^2} = 8{,}66cm = HA$$
$$A = \frac{b.h}{2} = \frac{\overline{BC}.\overline{HA}}{2} = \frac{10cm.8{,}66cm}{2} = 43{,}3cm^2$$
$$\overline{BC} = 2.\overline{HC}$$

En el triángulo equilátero y en el isósceles, la altura divide a la base en dos partes iguales.

Actividad 3:

- **Ejercicio 1:**

  Respuesta:

Complete:

a) Si abcd es un paralelogramo, entonces $\overline{ab}$ es // con $\overline{cd}$ y $\overline{ac}$ es con // $\overline{bd}$

b) En todo paralelogramo, los lados // y opuestos son congruentes.

c) Si abcd es un paralelogramo, entonces el ángulo a es igual que el ángulo c y el ángulo d es igual con el ángulo b.

d) En todo paralelogramo, los ángulos opuestos son congruentes (iguales).

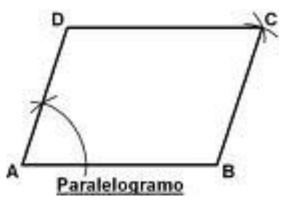
- **Ejercicio 2:**

En un paralelogramo ABCD el ángulo A mide 29°. Calcule los otros ángulos. **La suma de todos los ángulos es 360º y los ángulos opuestos son iguales.**

Respuesta:

Los ángulos opuestos en un paralelogramo son iguales, entonces el ángulo A vale lo mismo que el ángulo C o sea 29°.

Entonces haciendo la diferencia entre 360° (que es la suma total de los ángulos interiores de un cuadrilátero) y la suma de los hallados y luego dividiendo por dos encontramos los otros dos ángulos.



Paralelogramo

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}=360°$$
$$29°+\hat{B}+29°+\hat{D}=360°$$
$$\hat{B}+\hat{D}=360°-58°=302°$$
$$\hat{B}=\hat{D}\Rightarrow 302°:2=151°$$
$$\hat{B}=151°,\hat{D}=151°$$

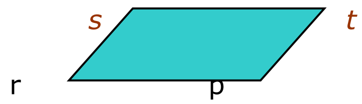
También se puede hacer: como el ángulo r con el ángulo s suman 180º, lo mismo el ángulo t con el p, ángulo s con t y ángulo r con p, porque son conjugados internos entre paralelas y una transversal

$$\hat{A}+\hat{B}=180°$$
$$29°+\hat{B}=180°$$
$$\hat{B}=180°-29°=151°$$
$$\hat{D}=\hat{B}=151 opuestos$$
$$\hat{C}=\hat{A}=29° opuestos$$

- **Ejercicio 3:**

En el paralelogramo rstp, el ángulo r es el triple de la mitad del ángulo s aumentada en 10°. Calcule el valor de cada uno de los ángulos del paralelogramo.

Respuesta:



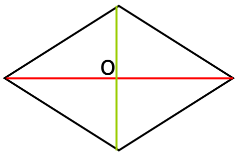
El ángulo r mide 120° y el ángulo s mide 60°.
La suma de todos los ángulos es 360º, pero el ángulo r con el ángulo s suman 180º, lo mismo el ángulo p con el t, ángulo s con t y ángulo r con p, porque son conjugados internos entre paralelas y una transversal.

$$\hat{r}=3.\left(\frac{1}{2}s+10\right)$$
$$\hat{r}+\hat{s}=180^{o}$$
$$\frac{3}{2}s+30^{o}+\hat{s}=180^{o}$$
$$\frac{5}{2}\hat{s}=180^{o}-30^{o}$$
$$\frac{5}{2}\hat{s}=150^{o}$$
$$\hat{s}=150^{o}.2=300^{o}$$
$$\hat{s}=\frac{300^{o}}{5}=60^{o}$$
$$\hat{r}=180^{o}-60^{o}=120^{o}$$

- **Ejercicio 4:**

En un rombo a la mitad de una de las diagonales ao le corresponde la ecuación 2x – 5cm, a la mitad de la otra diagonal ob le corresponde 4x, y la suma de las diagonales enteras (ac + bd) es 110cm ¿Cuánto vale cada diagonal? Realize el gráfico como ayuda para resolver el problema.

Respuesta:

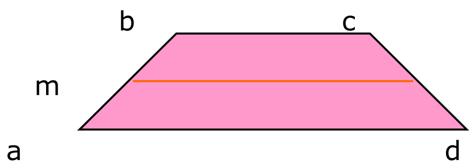


$$a\bar{c} + b\bar{d} = 110cm$$
$$2x - 5cm + 4x = 110cm$$
$$6x = 110cm + 5cm$$
$$x = 115cm : 6 = 19{,}16cm \equiv 19cm$$
$$a\bar{c} = 2.19cm - 5cm = 33cm$$
$$b\bar{d} = 4.19cm = 76cm$$

- **Ejercicio 5:**

Dado un trapecio, la ecuación correspondiente a la base menor es x + 1cm; la de la base media es x + 2cm y la de la base mayor es 2x. Halle la longitud de las bases y de la base media. Recuerde que la base media de un trapecio es paralela a las bases e igual a la semisuma de las bases, $b_m = \frac{b+B}{2}$ b es base menor, B es base mayor y b_m es base media

Respuesta:
La base menor mide 4cm, la base media 5cm y la base mayor 6cm.



$$b_m = \frac{b+B}{2}$$
$$x + 2cm = \frac{x + 1cm + 2x}{2}.$$
$$(x + 2cm).2 = 3x + 1cm$$
$$2x + 4cm = 3x + 1cm$$
$$2x - 3x = 1cm - 4cm$$
$$-x = -3cm$$
$$x = 3cm$$
$$b = x + 1cm = 3cm + 1cm = 4cm$$
$$b_m = x + 2cm = 3cm + 2cm = 5cm$$
$$B = 2x = 2.3cm = 6cm$$

- **Ejercicio 6:**

7) Si los ángulos A y C que une la diagonal principal del romboide ABCD miden 109° 34´ 24" y 49° 33´ 16", respectivamente ¿cuánto miden los ángulos B y D?

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}=360°$$

$$109°34'24''+\hat{B}+49°33'16''+\hat{D}=360°$$

$$\hat{B}+\hat{D}=360°-159°7'40´´=200°52'20''$$

$$\hat{B}=\hat{D}\Rightarrow 202°52'20'':2=100°26'10''$$

Respuesta:
Miden 100° 26´ 10"

Actividad 4:

- **Ejercicio 1:**

Efectuar las siguientes reducciones:

a. 12 m a cm =
b. 0,8 km a hm =
c. 1,3 mm a cm =
d. 0,16 m a dm =
e. 1,8 dm a dam =
f. 8,4 m a cm =
g. 9 dam a dm =
h. 0,3 hm a dm =

Respuesta:

a. 12 m a cm = **1.200 cm**
b. 0,8 km a hm = **8 hm**
c. 1,3 mm a cm = **0,13 cm**

d. 0,16 m a dm = **1,6 dm**

e. 1,8 dm a dam = **0,018 dam**

f. 8,4 m a cm = **840 cm**

g. 9 dam a dm = **900 dm**

h. 0,3 hm a dm = **300 dm**

Ejercicio 2:

Unir con una flecha la expresión equivalente:

34,8 m	12.000 mm
16 cm	1,8 cm
0,1 km	3,48 dam
12 m	0,00016 km
18 mm	100.000 mm

Respuesta:

34,8 m	12.000 mm
16 cm	1,8 cm
0,1 km	3,48 dam
12 m	0,00016 km
18 mm	100.000 mm

Ejercicio 2:
Resuelva teniendo en cuenta las equivalencias.

Respuesta:

a. 42,12 hm – 176,4 dam – 1730 dm – 832,7 cm = …2266,68 …m
b. 0,83 dam – ¼ l + 8,5 km = …8508…dm

Actividad 5:

Ejercicio 1:

Un triángulo mide 12,3dm de base, si su altura es la tercera parte de la base ¿Cuántos m^2 contiene su área?

Respuesta:

$$A = \frac{b.h}{2}$$

$$12{,}3dm \rightarrow m = 1{,}23m$$

$$h = \frac{1}{3}.1{,}23m = 1{,}23cm : 3 = 0{,}41m$$

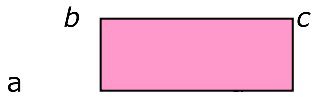
$$A = \frac{1{,}23m.0{,}41m}{2} = 0{,}2521m^2$$

A = 0,2521m

▸ Ejercicio 2:

Halle el área de un terreno rural de forma rectangular cuyas dimensiones son de 5000dm y 2800cm ¿Cuántas hectáreas tiene el terreno?

Respuesta:
1,4 hectáreas.



$$A = b.h$$

$$5000dm \rightarrow 5hm$$

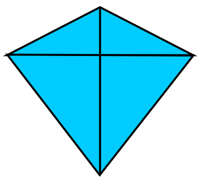
$$2800cm \rightarrow 0{,}28hm$$

$$A = 5hm.0{,}28hm = 1{,}4hm^2 = 1{,}4ha$$

▸ Ejercicio 3:

Calcule la superficie o área de un romboide si la suma de sus diagonales es de 75cm y su diferencia es de 19cm.

Respuesta:
A = 658cm^2



$$A = \frac{d.D}{2}$$
$$d + .D = 75cm \Rightarrow D = 75cm - d$$
$$D - d = 19cm \Rightarrow D = 19cm + d$$
$$75cm - d = 19cm + d$$
$$75cm - 19cm = d + d$$
$$56cm = 2d$$
$$56cm : 2 = d$$
$$28cm = d$$
$$D = 19cm + 28cm = 47cm$$
$$A = \frac{47cm.28cm}{2}$$
$$A = 658cm^2$$

RESUMEN:

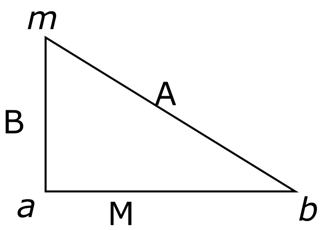
Comenzamos recordando la clasificación de triángulos, según sus ángulos y sus lados. Calculamos ángulos interiores y exteriores aplicando las propiedades correspondientes.
Estudiamos los criterios de igualdad de triángulos, Teorema de Pitágoras
Estudiamos medidas de longitud (SIMELA). Calculamos perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros

AUTOEVALUACIÓN

1) Encuentre el ángulo que falta en un triángulo abc, de acuerdo a los siguientes datos

$$\text{Datos}\begin{cases}\hat{a} = 37º15' \\ \hat{b} = 88º26' \\ \hat{c} = \end{cases}$$

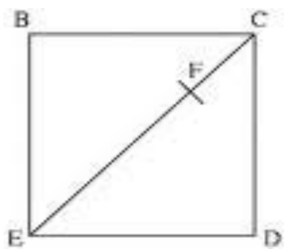
2) Hallar el lado desconocido del siguiente triángulo rectángulo:



A=2,5 cm
B= 15 mm

3) Cuál es el lado del rombo cuyas diagonales son, de 8,4cm y 6,3cm.

4) Calcule el valor del lado del cuadrado sabiendo que la diagonal es de 16cm y el perímetro.



5) La superficie de un triángulo tiene un área 54cm^2, su base es el triple de la altura. Se desea saber cuánto mide la base y cuánto la altura.

6) Efectuar las siguientes reducciones:

a. 8,4 m a cm =
b. 9 dam a dm =
c. 0,3 hm a dm =

AUTOEVALUACIÓN (RESPUESTAS):

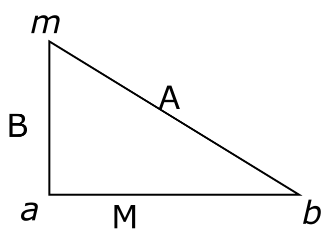
1) Encuentre el ángulo que falta en un triángulo abc, de acuerdo a los siguientes datos

$$\text{Datos}\begin{cases}\hat{a} = 37º15' \\ \hat{b} = 88º26' \\ \hat{c} = \end{cases}$$

Respuesta:

$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180º$$
$$37º15' + 88º26' + \hat{c} = 180º$$
$$\hat{c} = 54º19'$$

2) Hallar el lado desconocido del siguiente triángulo rectángulo:



A=2,5 cm
B= 15 mm

Respuesta:

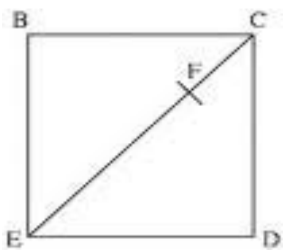
$$\hat{c} = 54º19'$$

3) Cuál es el lado del rombo cuyas diagonales son, de 8,4cm y 6,3cm.

Respuesta:

5,25cm

4) Calcule el valor del lado del cuadrado sabiendo que la diagonal es de 16cm y el perímetro.



Respuesta

$$\overline{EC}^2 = \overline{ED}^2 + \overline{CD}^2$$
$$16^2 cm^2 = l^2 + l^2$$
$$256cm^2 = 2l^2$$
$$128cm^2 : 2 = l^2$$
$$\sqrt{64cm^2} = 8cm$$
$$P = 4.l = 4.8cm = 32cm$$

5) La superficie de un triángulo tiene un área 54cm^2, su base es el triple de la altura. Se desea saber cuánto mide la base y cuánto la altura.

Respuesta:

$$A = \frac{b.h}{2} = 54cm^2$$
$$b = 3.h$$
$$54cm^2 = \frac{3h.h.}{2} = \frac{3h^2}{2}$$
$$54cm^2 .2 = 3h^2$$
$$108cm^2 : 3 = h^2$$
$$\sqrt{36cm^2} = 6cm = h$$
$$b = 3.h = 3.6cm = 18cm$$
La base es de 18cm y la altura de 6cm

6) Efectuar las siguientes reducciones:

a.8,4 m a cm = 840 cm
b.9 dam a dm = 900 dm
c.0,3 hm a dm = 300 dm

Unidad Didáctica 5
“Trigonometría”

INTRODUCCIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA 5

En esta unidad descubriremos que las razones entre los lados de los triángulos rectángulos nos brindan la posibilidad de encontrar datos necesarios para resolver problemas de la vida diaria.

Nuevamente, le deseamos éxito en este nuevo desafío y recuerde: su tenacidad y perseverancia serán sus aliados en la tarea cotidiana.

OBJETIVOS

Que el alumno sea capaz de:

- Reconocer las funciones trigonométricas.
- Emplear calculadoras científicas para operar en trigonometría.
- Calcular elementos desconocidos de un triángulo.
- Utilizar la trigonometría para la resolución de problemas.

ORGANIZADOR DE CONTENIDOS

Razones Trigonométricas

↓

Seno – Coseno - Tangente

↓

Resolución de Triángulos Rectángulos

↓

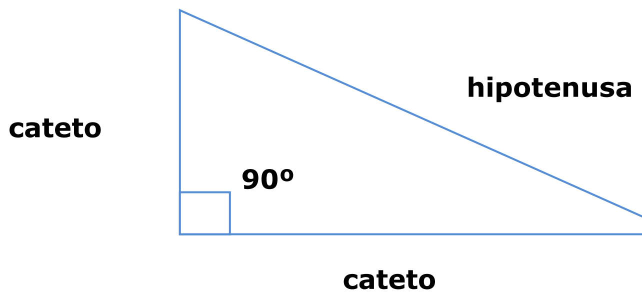
Resolución de Problemas

CONTENIDOS

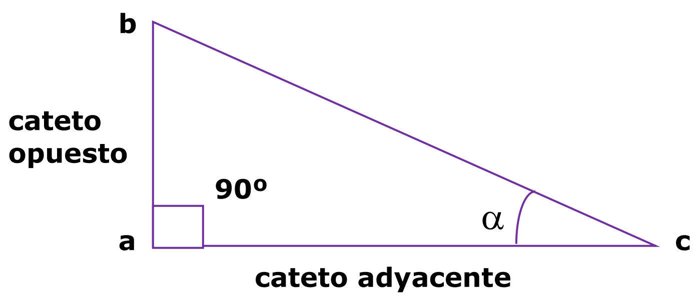
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Cuando estudiamos triángulos rectángulos en el módulo II, dijimos que:

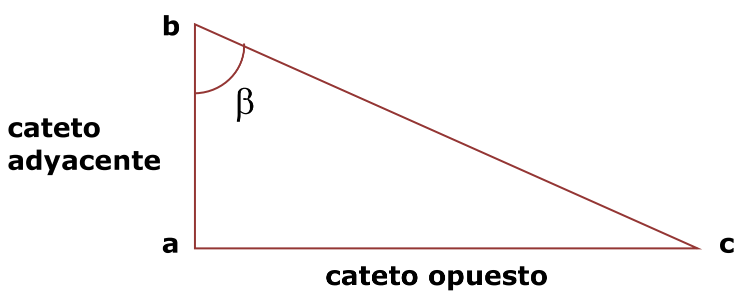
En todo triángulo rectángulo los lados que forman el ángulo recto se denominan **catetos** y el lado opuesto al ángulo recto, **hipotenusa**.



En el triángulo bac rectángulo en â, vamos a colocar el nombre de los lados en función de los ángulos agudos:

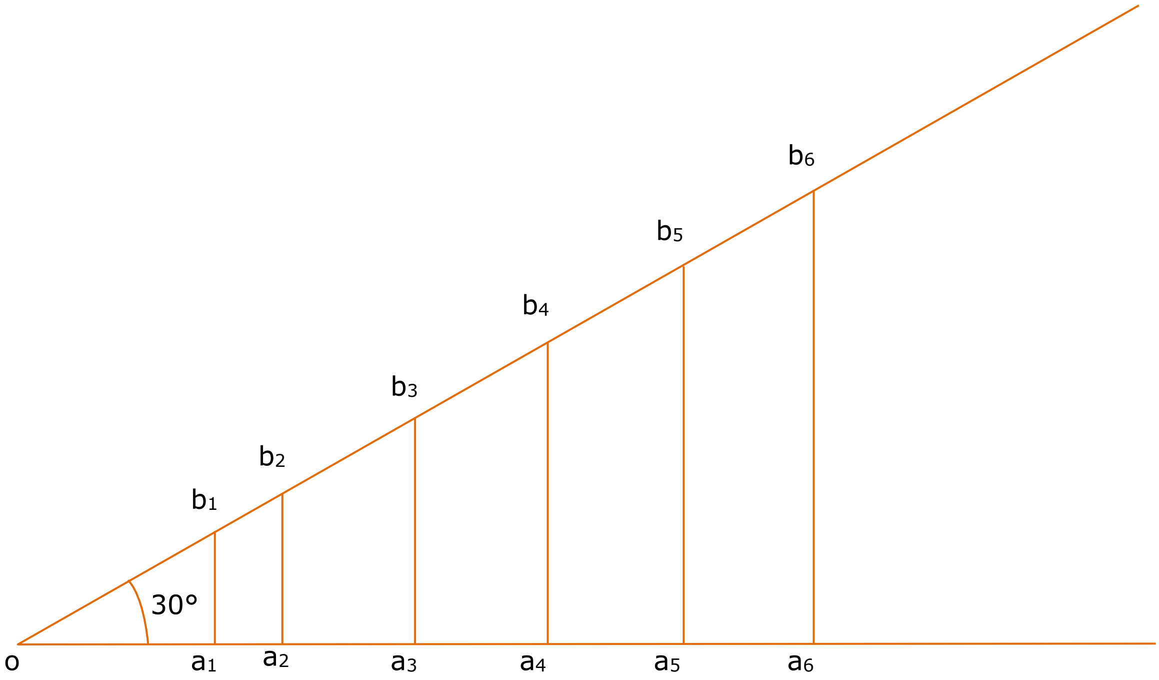


Para el ángulo α, $\overline{ab}$ es el cateto opuesto y $\overline{ac}$ es el cateto adyacente.



Para el ángulo β, $\overline{ac}$ es el cateto opuesto y $\overline{ab}$ es el cateto adyacente.

Considere los triángulos rectángulos de la siguiente figura:



1. Si la longitud de los catetos opuestos al ángulo "o" y de las hipotenusas es:

$\overline{a_1b_1} = 1{,}5cm$

$\overline{ob_1} = 3cm$

$\overline{a_2b_2} = 2cm$

$\overline{ob_2} = 4cm$

$\overline{a_3b_3} = 3cm$

$\overline{ob_3} = 6cm$

$\overline{a_4b_4} = 4cm$

$\overline{ob_4} = 8cm$

$\overline{a_5b_5} = 5cm$

$\overline{ob_5} = 10cm$

$\overline{a_6b_6} = 6cm$

$\overline{ob_6} = 12cm$

2. Halle los cocientes de:

$$\frac{\overline{a_1b_1}}{\overline{ob_1}} \quad ; \quad \frac{\overline{a_2b_2}}{\overline{ob_2}} \quad ; \quad \frac{\overline{a_3b_3}}{\overline{ob_3}}$$

$$\frac{\overline{a_4b_4}}{\overline{ob_4}} \quad ; \quad \frac{\overline{a_5b_5}}{\overline{ob_5}} \quad ; \quad \frac{\overline{a_6b_6}}{\overline{ob_6}}$$

En relación al punto 2, se obtuvieron los siguientes resultados:

$$\frac{\overline{a_1b_1}}{\overline{ob_1}} = \frac{1{,}\cancel{5}cm}{\cancel{3}cm} = 0{,}5$$

$$\frac{\overline{a_2\,b_2}}{\overline{ob_2}} = \frac{\cancel{2}cm}{\cancel{4}cm} = 0{,}5$$

$$\frac{\overline{a_3b_3}}{\overline{ob_3}} = \frac{\cancel{3}cm}{\cancel{6}cm} = 0{,}5$$

$$\frac{\overline{a_4b_4}}{\overline{ob_4}} = \frac{\cancel{4}cm}{\cancel{8}cm} = 0{,}5$$

$$\frac{\overline{a_5b_5}}{\overline{ob_5}} = \frac{\cancel{5}cm}{1\cancel{0}cm} = 0{,}5$$

$$\frac{\overline{a_6b_6}}{\overline{ob_6}} = \frac{\cancel{6}cm}{\cancel{1}2cm} = 0{,}5$$

¿Cómo resultan las razones obtenidas?

Iguales

Decimos entonces que:

> *"en todo triángulo rectángulo* ***a la razón entre el cateto opuesto a un ángulo y la hipotenusa****, se la llama* ***seno*** *de ese ángulo.*

Seno de $\hat{\alpha}$, se expresa sen $\hat{\alpha}$

$$\text{sen }\hat{\alpha} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

Como pudo comprobar, el valor del seno es constante para el ángulo de 30°.

$$\text{sen } 30^{o} = 0{,}5$$

Si varía el ángulo, varía el seno.

Del mismo modo, se pueden definir otras razones:

Coseno de $\hat{\alpha}$, se expresa cos $\hat{\alpha}$

*"en todo triángulo rectángulo **a la razón entre el cateto adyacente a un ángulo y la hipotenusa**, se la llama **coseno** de ese ángulo.*

$$\cos\ \hat{\alpha} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

Tangente de $\hat{\alpha}$, se expresa tg $\hat{\alpha}$

*"en todo triángulo **rectángulo a la razón entre el cateto opuesto a un ángulo y el cateto adyacente**, se la llama **tangente** de ese ángulo.*

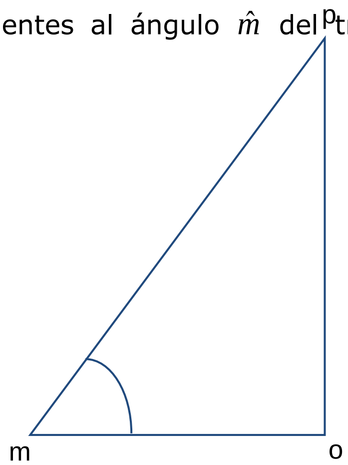
$$\text{tg}\ \hat{\alpha} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

Estas tres razones reciben el nombre de **razones trigonométricas** de un ángulo, pues a cada ángulo le corresponde un único número real.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS
$\text{sen}\ \hat{\alpha} = \frac{\text{cateto opuestc}}{\text{hipotenusa}}$
$\cos\ \hat{\alpha} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$
$\text{tg}\ \hat{\alpha} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$

Le proponemos resolver los siguientes ejercicios:

1. Escriba las razones trigonométricas correspondientes al ángulo $\hat{m}$ del triángulo $m\overset{\Delta}{o}p$, rectángulo en ô.



Para ello, recuerde que:

El cateto opuesto a $\hat{m}$ es $\overline{op}$

El cateto adyacente a $\hat{m}$ es $\overline{om}$

La hipotenusa es $\overline{mp}$

Seguramente su respuesta fue la siguiente:

$$\operatorname{sen} \hat{m} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\overline{op}}{\overline{mp}}$$

$$\cos \hat{m} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\overline{om}}{\overline{mp}}$$

$$\operatorname{tg} \hat{m} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{\overline{op}}{\overline{mo}}$$

2. Escriba las razones trigonométricas correspondientes al ángulo $\hat{p}$ del ejercicio anterior y recuerde que:

El cateto opuesto a $\hat{p}$ es $\overline{mo}$

El cateto adyacente a $\hat{p}$ es $\overline{op}$

La hipotenusa es $\overline{mp}$

Su respuesta debió ser:

$$\operatorname{sen} \hat{p} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\overline{mo}}{\overline{mp}}$$

$$\cos \hat{p} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\overline{op}}{\overline{mp}}$$

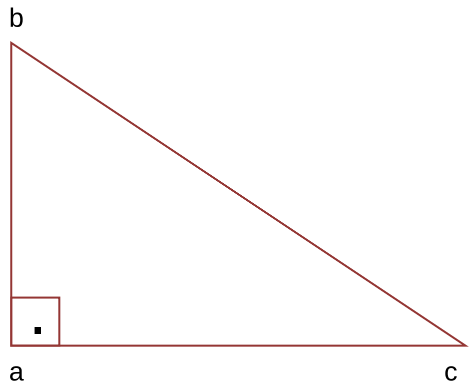
$$\operatorname{tg} \hat{p} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{\overline{mo}}{\overline{op}}$$

Observe el siguiente triángulo y relacione con flechas cada una de las razones trigonométricas con su correspondiente cociente:

$\operatorname{sen} \hat{b}$ $\quad\quad \dfrac{\overline{ac}}{\overline{ab}}$

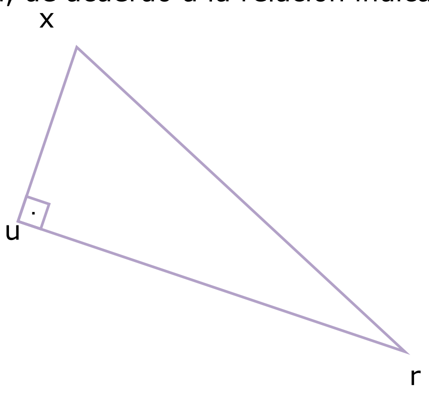
$\cos \hat{b}$ $\quad\quad \dfrac{\overline{ac}}{\overline{bc}}$

$\operatorname{tg} \hat{b}$ $\quad\quad \dfrac{\overline{ba}}{\overline{bc}}$



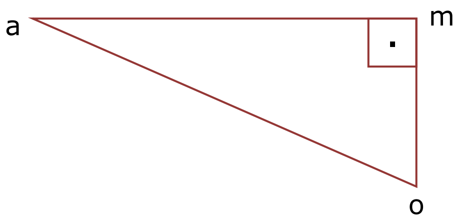
Actividad 1:

- **Ejercicio 1:**
Dado el siguiente triángulo rectángulo, complete el cuadro con el nombre de la razón, de acuerdo a la relación indicada con respecto al ángulo x.



a.	$\frac{\overline{ur}}{\overline{xr}}$	
b.	$\frac{\overline{ur}}{\overline{ux}}$	
c.	$\frac{\overline{ux}}{\overline{xr}}$	

- **Ejercicio 2:**
Dado el siguiente triángulo rectángulo, complete el cuadro con el nombre de la razón, de acuerdo a la relación indicada con respecto al ángulo o.



a.	$\frac{\overline{am}}{\overline{ao}}$	
b.	$\frac{\overline{om}}{\overline{ao}}$	
c.	$\frac{\overline{am}}{\overline{om}}$	

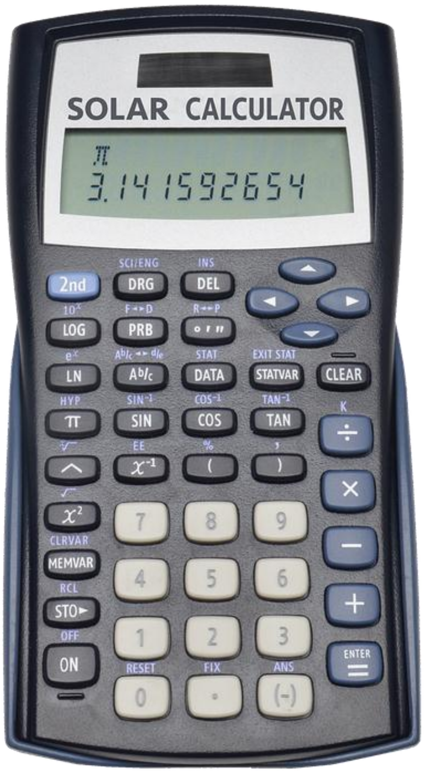
CALCULADORA CIENTÍFICA

En la actualidad es muy útil el uso de las calculadoras científicas para el cálculo de las funciones trigonométricas
Existen, como ya aclaramos en otros módulos, diversidad de marcas y modelos.

Como varían de una a otra, le sugerimos consultar el manual que las acompaña.

A modo de ejemplo, transcribiremos el uso de una de ellas para calcular funciones trigonométricas de un ángulo.

(Le recomendamos leer con detenimiento la función indicada en cada tecla antes de iniciar su práctica)



Fuente:Pixabay.Com/

"La tecla  convierte una cifra decimal a notación sexagesimal (grados, minutos y segundos) y también a notación decimal.
Para obtener el ángulo en el sistema sexagesimal se procede de la siguiente manera:

	TECLA	VISOR
14° 25′ 36″ =	14 	14^{O}
	25 	$14^{O}25^{O}$
	36 	$14^{O}25^{O}36^{O}$

Corresponde al ángulo 14° 25′ 36″

Para calcular las funciones trigonométricas de un ángulo se utilizará notación decimal.

Por ejemplo: "cos 63° 52′ 41″

Se acciona la tecla correspondiente al la razón trigonométrica que busco, en este caso

Luego ingresamos el ángulo:

63  52  41 

Valor del coseno de 63° 52′ 41″=0,44028308466.

Si queremos hallar el valor del ángulo, conocida la función trigonométrica se procede así:

Tomemos el caso anterior:

$\cos \hat{\alpha} = 0{,}44028308466$

Calculemos:

Se utiliza **COS** $^{-1}$

0  44028308466 = se obtiene el ángulo expresado en notación decimal: 63.87805556.

Luego lo pasamos a sistema sexagesimal accionando solamente la tecla:

63º 52′ 41″

Actividad 2:

- **Ejercicio 1:**
  Complete calculando las razones de los siguientes ángulos con la calculadora:

sen 0° =	cos 30° =
cos 90° =	tg 45° =
tg 0° =	cos 0° =
sen 45° =	sen 30° =
tg 60° =	cos 45° =
sen 18° =	cos 25° 10′ =
tg 71° 20′ =	sen 3° 30′ =
cos 48° 20′ =	tg 62° 58′ =

- **Ejercicio 2:**
  Encontrar el ángulo, sabiendo que la razón es:

$\operatorname{sen} \hat{\alpha} = 0{,}5$

$\cos \hat{\alpha} = 0{,}978$

$\cos \hat{\alpha} = 0{,}342$

$\operatorname{tg} \hat{\alpha} = 1{,}732$

$\operatorname{tg} \hat{\alpha} = 0{,}325$

$\operatorname{sen} \hat{\alpha} = 0{,}819$

$\operatorname{tg} \hat{\alpha} = 1{,}13029$

$\operatorname{sen} \hat{\alpha} = 0{,}62024$

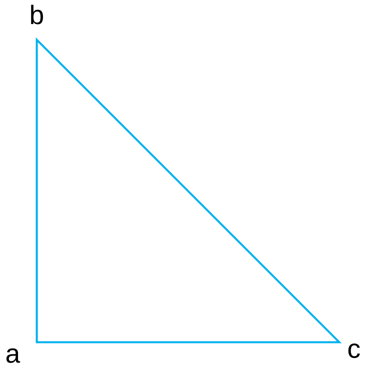
$\cos \hat{\alpha} = 0{,}81915$

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Las funciones trigonométricas resultan de gran utilidad para calcular los lados y ángulos de triángulos rectángulos.

Por ejemplo:

1. Dado el triángulo abc, rectángulo en $\hat{a}$ y los datos que se indican:



$$\text{Datos} \begin{cases} \hat{c} = 50^{o} \\ \overline{bc} = 10\text{cm} \end{cases}$$

Calcularemos:

$$\text{Incógnitas} \begin{cases} \hat{b} \\ \overline{ab} \\ \overline{ac} \end{cases}$$

¿Cómo hallaría el ángulo $\hat{b}$?

$\hat{b} + \hat{c} = 90°$

$\hat{b} = 90° - \hat{c}$

$\hat{b} = 90° - 50°$

$\hat{b} = 40^{o}$

Para calcular los lados, le sugerimos escribir las tres funciones trigonométricas básicas del ángulo $\hat{c}$ (dato).

$$\operatorname{sen} \hat{c} = \frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} \quad (1)$$

$$\cos \hat{c} = \frac{\overline{ac}}{\overline{bc}} \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \hat{c} = \frac{\overline{ab}}{\overline{ac}} \quad (3)$$

Como el ángulo c y el lado $\overline{bc}$ son datos, utilizaremos la igualdad (1) y (2) para hallar las medidas de $\overline{ab}$ y $\overline{ac}$.

(Recuerde que, conociendo $\hat{c}$, puede buscar en la tabla sen $\hat{c}$, cos $\hat{c}$ y tg $\hat{c}$).
En (1), reemplazamos el valor de los datos y calculamos $\overline{ab}$.

$$\operatorname{sen} \hat{c} = \frac{\overline{ab}}{\overline{bc}}$$

$$\operatorname{sen} \hat{c} \,.\, \overline{bc} = \overline{ab}$$

$$\operatorname{sen} 50° \,.\, 10 \text{ cm} = \overline{ab}$$

$$0{,}766 \,.\, 10 \text{ cm} = \overline{ab}$$

$$\boxed{7{,}66 \text{ cm} = \overline{ab}}$$

En (2), procedemos de la misma manera para calcular $\overline{ac}$.

$$\cos \hat{c} = \frac{\overline{ac}}{\overline{bc}}$$

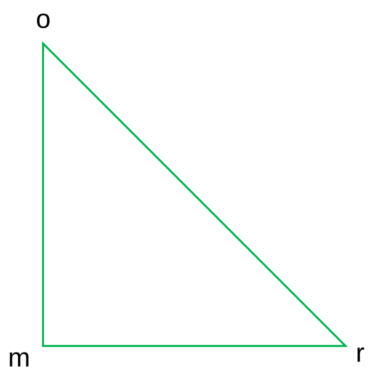
$$\cos \hat{c} \,.\, \overline{bc} = \overline{ac}$$

$$\cos 50° \,.\, 10 \text{ cm} = \overline{ac}$$

$$0{,}643 \,.\, 10 \text{ cm} = \overline{ac}$$

$$\boxed{6{,}43 \text{ cm} = \overline{ac}}$$

2. Dado el triángulo mor, rectángulo en $\hat{m}$ y los datos que se indican:



$$\text{Datos} \begin{cases} \overline{or} = 10 \text{ cm} \\ \overline{mr} = 5 \text{ cm} \end{cases}$$

Calcularemos:

$$\text{Incógnitas} \begin{cases} \overline{om} \\ \hat{o} \\ \hat{r} \end{cases}$$

Para calcular el ángulo o, le sugerimos escribir las funciones trigonométricas básicas del mismo.

$$\operatorname{sen} \hat{o} = \frac{\overline{mr}}{\overline{\overline{or}}} \quad 1$$

$$\cos \hat{o} = \frac{\overline{om}}{\overline{\overline{or}}} \quad 2$$

$$\operatorname{tg} \hat{o} = \frac{\overline{mr}}{\overline{\overline{om}}} \quad 3$$

En 1 reemplazamos los datos para poder hallar el ángulo o:

$$\operatorname{sen} \hat{o} = \frac{\overline{mr}}{\overline{\overline{or}}}$$

$$\operatorname{sen} \hat{o} = \frac{5 \cancel{cm}}{10 \cancel{cm}}$$

$$\operatorname{sen} \hat{o} = 0,5 \Rightarrow \boxed{\hat{o} = 30°}$$

¿Cómo calcula el ángulo $\hat{r}$?

Procedemos como en el paso anterior; escribimos las funciones trigonométricas básicas del ángulo r:

$$\operatorname{sen} \hat{r} = \frac{\overline{mo}}{\overline{\overline{or}}} \quad 1$$

$$\cos \hat{r} = \frac{\overline{mr}}{\overline{\overline{or}}} \quad 2$$

$$\operatorname{tg} \hat{r} = \frac{\overline{mo}}{\overline{\overline{mr}}} \quad 3$$

En 2 reemplazamos los datos para poder hallar el ángulo r:

$$\cos \hat{r} = \frac{\overline{mr}}{\overline{\overline{or}}}$$

$$\cos \hat{r} = \frac{5 \cancel{cm}}{10 \cancel{cm}}$$

$$\cos \hat{r} = 0,5 \Rightarrow \boxed{\hat{r} = 60°}$$

¿Recuerda la relación entre los catetos de un triángulo rectángulo y la hipotenusa?

Por lo tanto

> En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la medida de la hipotenusa es igual a la suma de las medidas de los cuadrados de los catetos. (Teorema de Pitágoras).

Apliquemos lo expresado en nuestro triángulo:

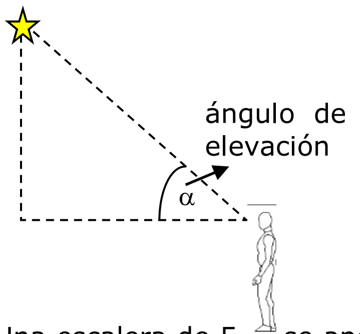
$$\overline{or}^2 = \overline{mr}^2 + \overline{om}^2$$
$$\overline{or}^2 - \overline{mr}^2 = \overline{om}^2$$
$$\sqrt{\overline{or}^2 - \overline{mr}^2} = \overline{om}$$

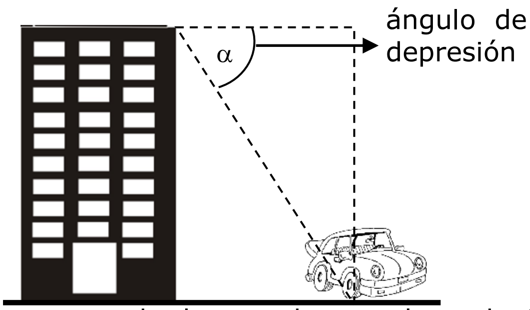
Luego:

$$\overline{om} = \sqrt{(10\ cm)^2 - (5\ cm)^2}$$
$$\overline{om} = \sqrt{100\,cm^2 - 25\,cm^2}$$
$$\overline{om} = \sqrt{75\,cm^2}$$
$$\boxed{\overline{om} = 8{,}66\,cm}$$

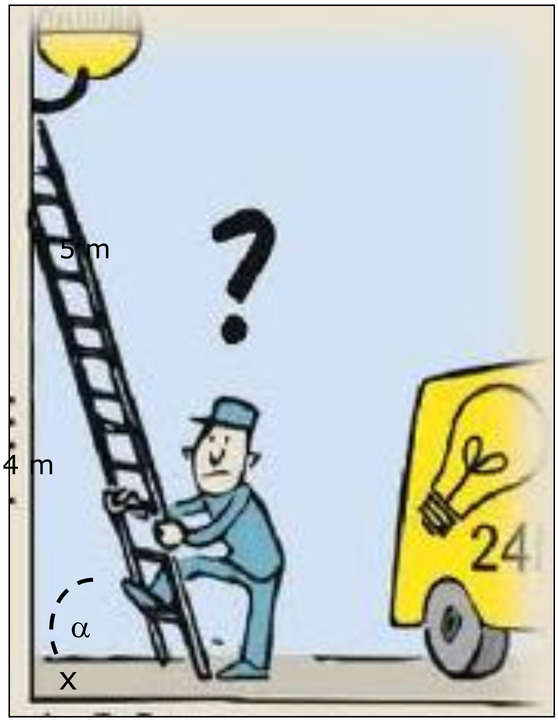
Las funciones trigonométricas son también útiles para la resolución de situaciones problemáticas. Tenga en cuenta, además, la siguiente información:

El ángulo que forma la línea horizontal y la visual a un objeto, recibe el nombre de ángulo de elevación o depresión, según la observación se realice hacia arriba o hacia abajo, respectivamente.





3. Una escalera de 5 m se apoya sobre una pared, alcanzando una altura de 4 m sobre ella. ¿Qué ángulo forma la escalera con el piso y cuál es la distancia desde la base de apoyo de la escalera hasta la pared?



Fuente: http://eduteka.icesi.edu.co/proyectos.php/1/8203

La escalera con la pared y el piso forman un triángulo rectángulo.

Para calcular la amplitud del ángulo α, debemos tener en cuenta los datos y la relación que guardan con él:

4m es la longitud del cateto opuesto al ángulo α.

5 m es la longitud de la hipotenusa.

¿Qué función trigonométrica relaciona el cateto opuesto y la hipotenusa de un triángulo rectángulo?

El seno.

Simbólicamente:

$$\operatorname{sen} \hat{\alpha} = \frac{4\,m}{5\,m}$$

$$\operatorname{sen} \hat{\alpha} = 0{,}8$$

$$\boxed{\hat{\alpha} = 53^{o}7'}$$

Para calcular la distancia desde la pared al punto de apoyo sobre el piso, de la escalera, podemos observar que contamos con la hipotenusa (longitud de la escalera) y uno de los catetos (altura que alcanza la escalera sobre la pared).

Podemos aplicar entonces la propiedad "pitagórica" (el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos).

$$(5m)^2 = (4m)^2 + x^2$$
$$25m^2 = 16m^2 + x^2$$
$$25m^2 - 16m^2 = x^2$$

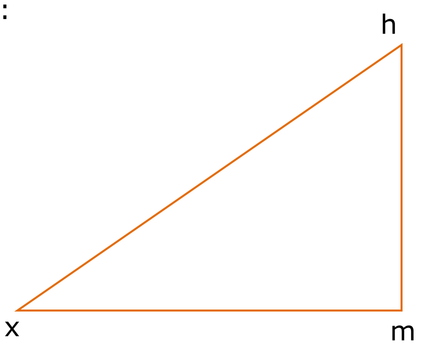
$$9m^2 = x^2$$
$$\sqrt{9m^2} = x$$
$$3m = x$$

Respuesta: el ángulo que forma la escalera con la pared es de aproximadamente 53º y la escalera se encuentra apoyada a una distancia de 3 m de la pared.

Actividad 3:

Ejercicio 1:

En el triángulo $\overset{\Delta}{xmh}$, $\overline{xh} = 32cm$ y el ángulo $\hat{h} = 43°$. La longitud del cateto $\overline{hm}$ es:



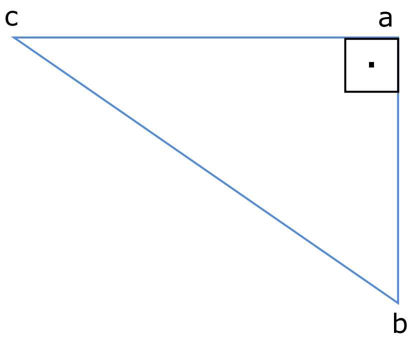
$$\text{Datos}\begin{cases} \overline{xh} = 32\,cm \\ \hat{h} = 43° \end{cases}$$

Incógnita: $\overline{hm}$

a.	20,40 cm	
b.	23,40 cm	
c.	25,40 cm	
d.	Ninguna de las respuestas anteriores es correcta	

Ejercicio 2:

En el triángulo $\overset{\Delta}{abc}$, $\overline{ab} = 10cm$ y el ángulo $\hat{c} = 60°$. La longitud de la hipotenusa $\overline{cb}$ es:



$$\text{Datos}\begin{cases} \hat{c} = 60° \\ \overline{ab} = 10\,cm \end{cases}$$

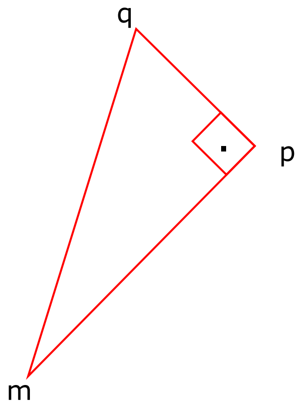
Incógnita: $\overline{cb}$

a.	9,54 cm	
b.	12,45 cm	

c.	11,54 cm	
d.	Ninguna de las respuestas anteriores es correcta	

Ejercicio 3:

En el triángulo $\overset{\Delta}{qpm}$, $\overline{pm} = 24cm$ y $\overline{qm} = 40cm$. El ángulo $\hat{q}$ es igual a:



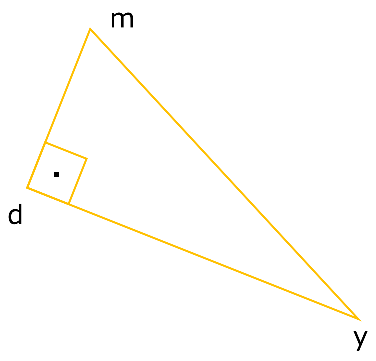
$$\text{Datos}\begin{cases} \overline{pm} = 24\text{ cm} \\ \overline{qm} = 40\text{ cm} \end{cases}$$

Incógnita: $\hat{q}$

a.	36° 53´	
b.	63° 35´	
c.	53° 7´	
d.	Ninguna de las respuestas anteriores es correcta	

Ejercicio 4:

En el triángulo $\overset{\Delta}{mdy}$, los lados $\overline{my} = 12{,}5cm$ y $\overline{dy} = 10cm$. La longitud del cateto $\overline{dm}$ es igual a:



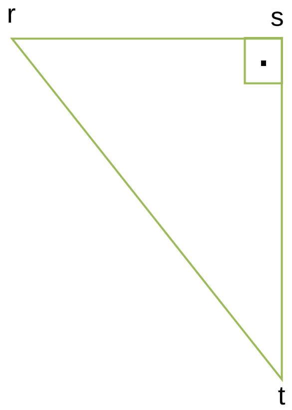
$$\text{Datos}\begin{cases} \overline{dy} = 10\text{ cm} \\ \overline{my} = 12{,}5\text{cm} \end{cases}$$

Incógnita: $\overline{dm}$

a.	5,7 cm	
b.	6,8 cm	
c.	7,5 cm	
d.	Ninguna de las respuestas anteriores es correcta	

Ejercicio 5:

En el triángulo $\overset{\Delta}{rst}$, $\overline{rs} = 125cm$ y $\hat{t} = 60°20'$. La longitud del cateto $\overline{st}$ es igual a:



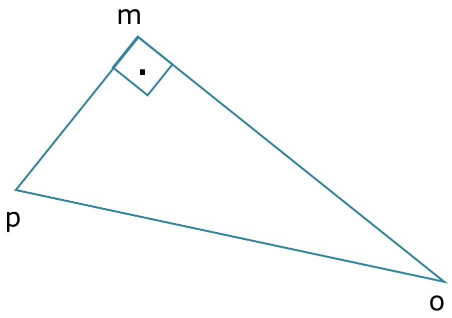
$$\text{Datos}\begin{cases} \overline{rs} = 125\,cm \\ \hat{t} = 20°\,20' \end{cases}$$

Incógnita: $\overline{st}$

a.	313,25cm	
b.	337,31cm	
c.	359,73cm	
d.	Ninguna de las respuestas anteriores es correcta	

▶ **Ejercicio 6:**

En el triángulo $\overset{\Delta}{pmo}$, $\overline{po} = 750m$ y $\overline{om} = 600m$. La longitud del cateto $\overline{po}$ es igual a:



$$\text{Datos}\begin{cases} \overline{po} = 750\,m \\ \overline{om} = 600\,m \end{cases}$$

Incógnita: $\overline{po}$

a.	150m	
b.	300m	
c.	450m	
d.	Ninguna de las respuestas anteriores es correcta	

▶ **Ejercicio 7:**

Resuelva las siguientes situaciones problemáticas.

Le sugerimos que realice una figura de análisis para cada situación.

a. Calcular la sombra que proyecta una persona, cuya altura es de 1,70 m, cuando la inclinación del sol determina con la horizontal un ángulo de 35º.

b. Un poste de alumbrado se encuentra sostenido por un alambre de acero que mide 10 m y que forma con la horizontal del lugar un ángulo de 30º. Hallar la altura del poste.

c. Una carga debe ser trasladada hasta una altura de 8 m mediante una cinta transportadora. ¿Cuál debe ser el ángulo de inclinación de la cinta si ésta mide 12 m?

d. Una persona que mide 1,80 m observa un avión que se encuentra alejado de él 1000 m a nivel del suelo. Calcular la altura a que se encuentra el avión si el ángulo de elevación es de 35º.

Actividad en Internet:
En este momento, le sugiero que acceda a internet y releve información sobre el tema que estamos desarrollando.

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/trigonometria/ejercicios-interactivos-de-triangulos-rectangulos-i.html

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/trigonometria/problemas-resueltos-de-triangulos-rectangulos.html

https://drive.google.com/file/d/1US6nL8NSWQBrY8wH5IV-OAXa4-LnV-2q/view?usp=sharing

https://drive.google.com/file/d/1HCsAxWdu3TKnm5Fz88yYW97nxtKdEUr0/view?usp=sharing

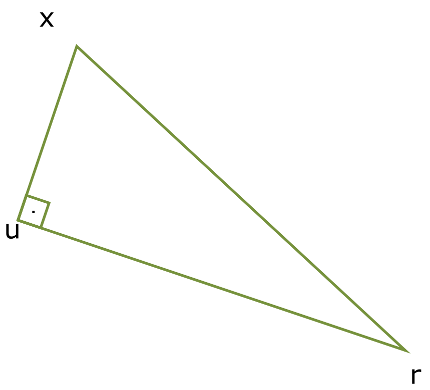
ACTIVIDADES (RESPUESTAS)

Actividad 1:

Ejercicio 1:

Dado el siguiente triángulo rectángulo, complete el cuadro con el nombre de la función, de acuerdo a la relación indicada con respecto al ángulo x.

Respuesta:

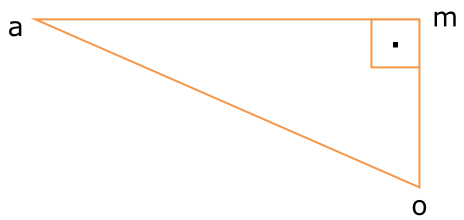


a.	$\frac{\overline{ur}}{\overline{xr}}$	seno
b.	$\frac{\overline{ur}}{\overline{ux}}$	tangente
c.	$\frac{\overline{ux}}{\overline{xr}}$	coseno

Ejercicio 2:

Dado el siguiente triángulo rectángulo, complete el cuadro con el nombre de la función, de acuerdo a la relación indicada con respecto al ángulo o.

Respuesta:



a.	$\frac{\overline{am}}{\overline{ao}}$	seno
b.	$\frac{\overline{om}}{\overline{ao}}$	coseno
c.	$\frac{\overline{am}}{\overline{om}}$	tangente

Actividad 2

Ejercicio 1:

Complete calculando las razones de los siguientes ángulos con la calculadora:

sen 0° = cos 30° =
cos 90° = tg 45° =
tg 0° = cos 0° =
sen 45° = sen 30° =
tg 60° = cos 45° =
sen 18° = cos 25° 10’ =
tg 71° 20’ = sen 3° 30’ =
cos 48° 20’ = tg 62° 58’ =

Respuesta:

sen 0° = 0
cos 90° = 0
tg 0° = 0
sen 45° = 0,707106
tg 60° = 1,73205
sen 18° =0,309016

tg 71° 20' =2,960042
cos 48° 20' =0,664795

cos 30° = 0,86602
tg 45° = 1
cos 0° = 1
sen 30° = 0,5
cos 45° = 0,707106
cos 25° 10' =0,90507

sen 3° 30' =0,061048
tg 62° 58' =1,959791

- **Ejercicio 2:**

Encontrar el ángulo, sabiendo que la razón es:

$\text{sen}\,\hat{\alpha} = 0{,}5$

$\cos\hat{\alpha} = 0{,}978$

$\cos\hat{\alpha} = 0{,}342$

$\text{tg}\,\hat{\alpha} = 1{,}732$

$\text{tg}\,\hat{\alpha} = 0{,}325$

$\text{sen}\,\hat{\alpha} = 0{,}819$

$\text{tg}\,\hat{\alpha} = 1{,}13029$

$\text{sen}\,\hat{\alpha} = 0{,}62024$

$\cos\hat{\alpha} = 0{,}81915$

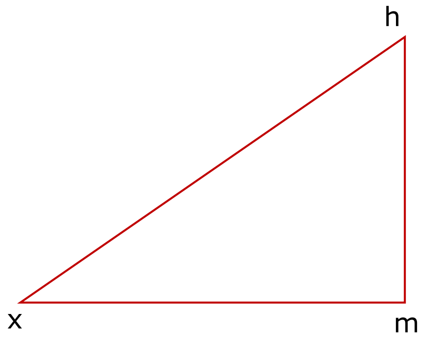
Respuesta:

$\text{sen}\,\hat{\alpha} = 0{,}5 \Rightarrow \hat{\alpha} = 30^\circ$	$\text{tg}\,\hat{\alpha} = 1{,}732 \Rightarrow \hat{\alpha} = 60^\circ$	$\text{tg}\,\hat{\alpha} = 1{,}13029 \Rightarrow \hat{\alpha} = 48^\circ 30'$
$\cos\hat{\alpha} = 0{,}978 \Rightarrow \hat{\alpha} = 12^\circ$	$\text{tg}\,\hat{\alpha} = 0{,}325 \Rightarrow \hat{\alpha} = 18^\circ$	$\text{sen}\,\hat{\alpha} = 0{,}62024 \Rightarrow \hat{\alpha} = 38^\circ 20'$
$\cos\hat{\alpha} = 0{,}342 \Rightarrow \hat{\alpha} = 70^\circ$	$\text{sen}\,\hat{\alpha} = 0{,}819 \Rightarrow \hat{\alpha} = 55^\circ$	$\cos\hat{\alpha} = 0{,}81915 \Rightarrow \hat{\alpha} = 35^\circ$

Actividad 3:

- **Ejercicio 1:**

En el triángulo $\overset{\Delta}{xmh}$, $\overline{xh} = 32\text{cm}$ y el ángulo $\hat{h} = 43^\circ$. La longitud del cateto $\overline{hm}$ es:



Datos $\begin{cases} \overline{xh} = 32\text{ cm} \\ \hat{h} = 43^\circ \end{cases}$

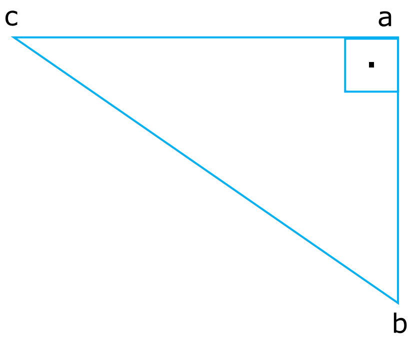
Incógnita: $\overline{hm}$

Respuesta:

a.	20,40 cm	
b.	23,40 cm	**x**
c.	25,40 cm	
d.	Ninguna de las respuestas anteriores es correcta	

▸ Ejercicio 2:

En el triángulo $\overset{\Delta}{abc}$, $\overline{ab} = 10cm$ y el ángulo $\hat{c} = 60°$. La longitud de la hipotenusa $\overline{cb}$ es:



Datos $\begin{cases} \hat{c} = 60° \\ \overline{ab} = 10 \text{ cm} \end{cases}$

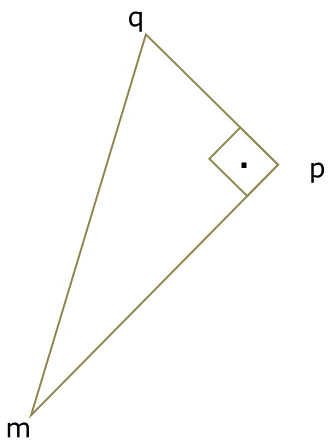
Incógnita: $\overline{cb}$

Respuesta:

a.	9,54 cm	
b.	12,45 cm	
c.	11,54 cm	**x**
d.	Ninguna de las respuestas anteriores es correcta	

▸ Ejercicio 3:

En el triángulo $\overset{\Delta}{qpm}$, $\overline{pm} = 24cm$ y $\overline{qm} = 40cm$. El ángulo $\hat{q}$ es igual a:



Datos $\begin{cases} \overline{pm} = 24 \text{ cm} \\ \overline{qm} = 40 \text{ cm} \end{cases}$

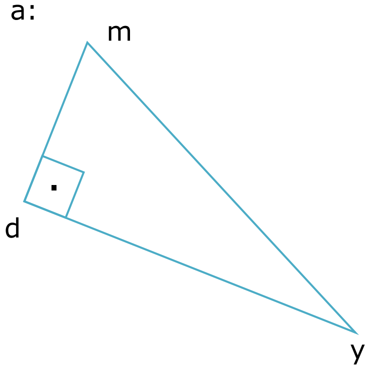
Incógnita: $\hat{q}$

Respuesta:

a.	36° 53´	**x**
b.	63° 35´	
c.	53° 7´	
d.	Ninguna de las respuestas anteriores es correcta	

Ejercicio 4:

En el triángulo $\overset{\triangle}{mdy}$, los lados $\overline{my} = 12{,}5cm$ y $\overline{dy} = 10cm$. La longitud del cateto $\overline{dm}$ es igual a:



Datos $\begin{cases} \overline{dy} = 10\,cm \\ \overline{my} = 12{,}5\,cm \end{cases}$

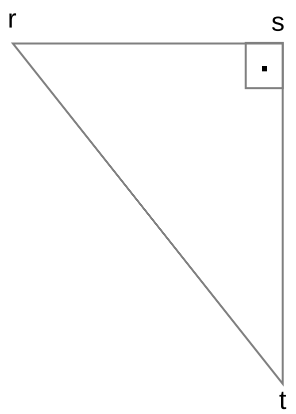
Incógnita: $\overline{dm}$

Respuesta:

a.	5,7 cm	
b.	6,8 cm	
c.	7,5 cm	**x**
d.	Ninguna de las respuestas anteriores es correcta	

Ejercicio 5:

En el triángulo $\overset{\triangle}{rst}$, $\overline{rs} = 125cm$ y $\hat{t} = 60°20'$. La longitud del cateto $\overline{st}$ es igual a:



Datos $\begin{cases} \overline{rs} = 125\,cm \\ \hat{t} = 20°\,20' \end{cases}$

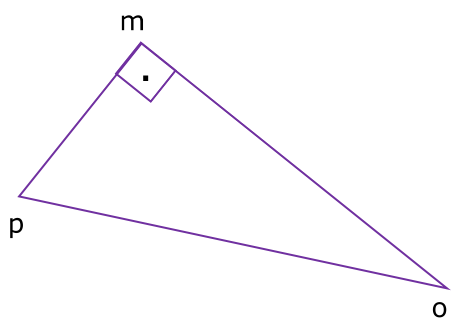
Incógnita: $\overline{st}$

Respuesta:

a.	313,25cm	
b.	337,31cm	**x**
c.	359,73cm	
d.	Ninguna de las respuestas anteriores es correcta	

Ejercicio 6:

En el triángulo $\overset{\triangle}{pmo}$, $\overline{po} = 750m$ y $\overline{om} = 600m$. La longitud del cateto $\overline{po}$ es igual a:



Datos $\begin{cases} \overline{po} = 750\,m \\ \overline{om} = 600\,m \end{cases}$

Incógnita: $\overline{po}$

Respuesta:

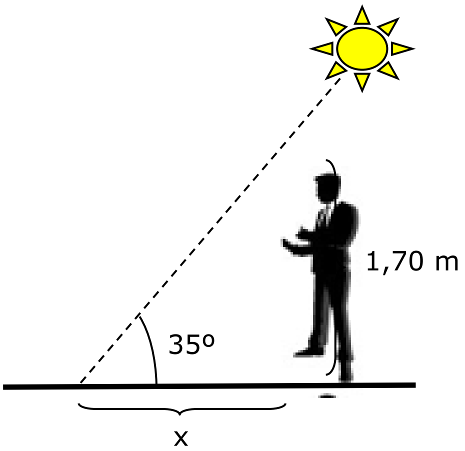
a.	150m	
b.	300m	
c.	450m	**x**
d.	Ninguna de las respuestas anteriores es correcta	

Ejercicio 7:
Resuelva las siguientes situaciones problemáticas.

Le sugerimos que realice una figura de análisis para cada situación.

a. Calcular la sombra que proyecta una persona, cuya altura es de 1,70 m, cuando la inclinación del sol determina con la horizontal un ángulo de 35º.

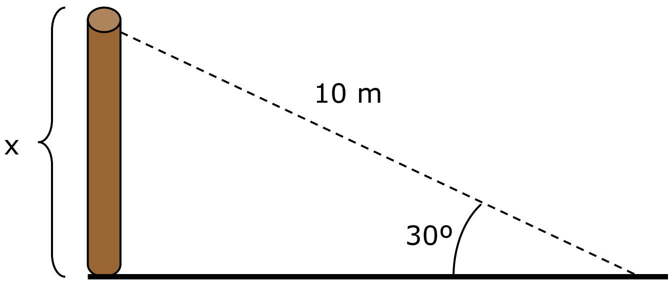
Respuesta:



$$tg\,35º = \frac{1{,}70m}{x}$$
$$0{,}7 = \frac{1{,}70m}{x}$$
$$0{,}7 \cdot x = 1{,}70m$$
$$x = \frac{1{,}70m}{0{,}7}$$
$$\boxed{x = 2{,}42m}$$

b. Un poste de alumbrado se encuentra sostenido por un alambre de acero que mide 10 m y que forma con la horizontal del lugar un ángulo de 30º. Hallar la altura del poste.

Respuesta:



$$sen30º = \frac{x}{10m}$$

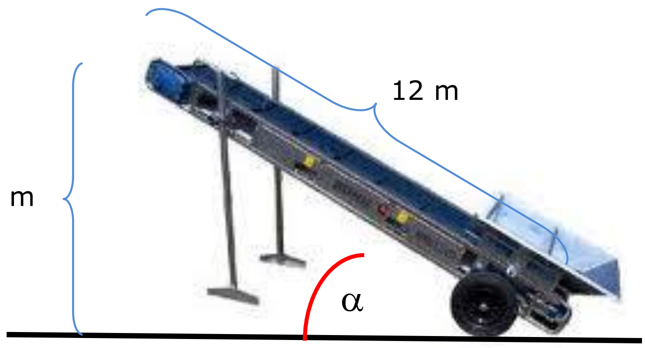
$$0{,}5 = \frac{x}{10m}$$

$$0{,}5 \cdot 10m = x$$

$$\boxed{5m = x}$$

c. Una carga debe ser trasladada hasta una altura de 8 m mediante una cinta transportadora. ¿Cuál debe ser el ángulo de inclinación de la cinta si ésta mide 12 m?

Respuesta:



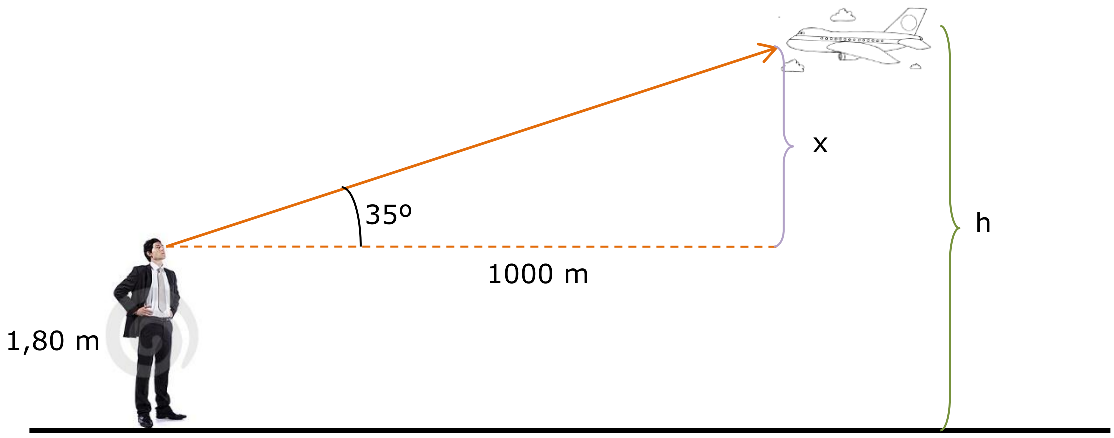
$$\text{sen}\,\alpha = \frac{8m}{12m}$$

$$\text{sen}\,\alpha = 0{,}667$$

$$\boxed{\alpha = 41^{o}48'}$$

d. Una persona que mide 1,80 m observa un avión que se encuentra alejado de él 1000 m a nivel del suelo. Calcular la altura a que se encuentra el avión si el ángulo de elevación es de 35º.

Respuesta:



$$\text{tg}\,35^{o} = \frac{x}{1000m}$$

$$0{,}7 = \frac{x}{1000\,m}$$

$$0{,}7 \cdot 1000\,m = x$$

$$700\,m = x$$

$$h = 700\,m + 1{,}80\,m$$

$$\boxed{h = 701{,}8\,m}$$

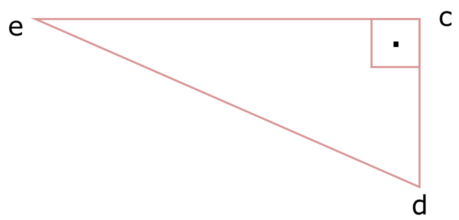
RESUMEN

Estudiamos y calculamos las razones trigonométricas en los triángulos rectángulos que corresponden a cada uno de sus ángulos agudos, sus consecuencias y sus aplicaciones.

Aplicamos lo estudiado en la resolución de triángulos rectángulos, completando los datos que faltan, y de situaciones problemáticas referidas a la vida diaria.

AUTOEVALUACIÓN

1. En el triángulo $\overset{\Delta}{dce}$ rectángulo en $\hat{c}$, complete el cuadro con el nombre de la función, de acuerdo a la relación indicada con respecto al ángulo $\hat{d}$.



a.	$\dfrac{\overline{ce}}{\overline{de}}$	
b.	$\dfrac{\overline{ce}}{\overline{cd}}$	
c.	$\dfrac{\overline{cd}}{\overline{ed}}$	

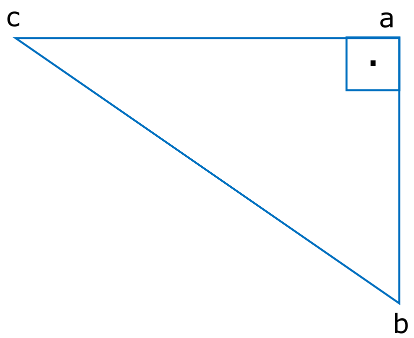
2. Complete, utilizando la calculadora:

1. sen 15° =
2. tg 34° 12' =
3. tg 61° 23' =
4. sen 13° 35' =
5. cos 38° 23' =
6. tg 52° 48' =

3. Halle el valor de $\hat{\alpha}$, utilizando la calculadora:

1. sen $\hat{\alpha}$ = 0,63127 $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ =
2. tg $\hat{\alpha}$ = 1,19034 $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ =
3. cos $\hat{\alpha}$ = 0,49456 $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ =
4. tg $\hat{\alpha}$ = 0,78834 $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ =
5. cos $\hat{\alpha}$ = 0,75643 $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ =
6. sen $\hat{\alpha}$ = 0,91078 $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ =

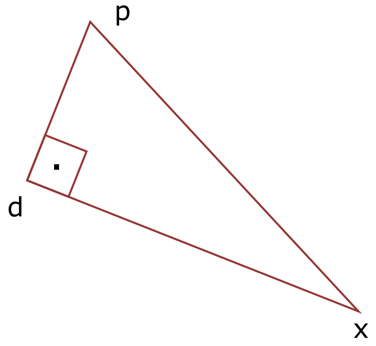
4. En el triángulo $\overset{\Delta}{bac}$ rectángulo en $\hat{a}$, $\overline{ab} = 23cm$ y $\hat{c} = 53°$. Calcule la longitud de $\overline{cb}$ y de $\overline{ca}$



$$\text{Datos}\begin{cases}\hat{c} = 53° \\ \overline{ab} = 23\,cm\end{cases}$$

Incógnitas : $\overline{cb}$ y $\overline{ca}$

5. En el triángulo $\overset{\Delta}{pdx}$ rectángulo en $\hat{d}$, $\overline{px} = 18cm$ y $\overline{dx} = 13cm$. Calcule la longitud del cateto $\overline{dp}$.



Datos $\begin{cases} \overline{dx} = 13\,cm \\ \overline{px} = 18\,cm \end{cases}$

Incógnita: $\overline{dp}$

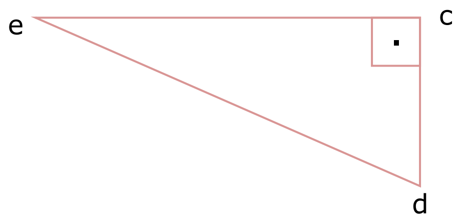
6. Una cuerda de 50m se estira desde la parte superior de un poste hasta el suelo, formando con éste un ángulo de 32°. Halle la altura del poste y la distancia del pie de éste, al lugar donde la cuerda toca el suelo.

7. Desde la ventana de un edificio una persona observa un auto que está estacionado, bajo un ángulo de 35°, si la altura de la ventana al piso es de 27,30m. Halle la distancia horizontal que hay desde el auto hasta el pie del edificio y la distancia desde el auto al observador.

AUTOEVALUACIÓN (RESPUESTAS)

1. En el triángulo $\overset{\Delta}{dce}$ rectángulo en $\hat{c}$, complete el cuadro con el nombre de la función, de acuerdo a la relación indicada con respecto al ángulo $\hat{d}$.

Respuesta:



a.	$\dfrac{\overline{ce}}{\overline{de}}$	Seno
b.	$\dfrac{\overline{ce}}{\overline{cd}}$	Tangente
c.	$\dfrac{\overline{cd}}{\overline{ed}}$	Coseno

2. Complete, utilizando la calculadora:

1. sen 15° =
2. tg 34° 12′ =
3. tg 61° 23′ =
4. sen 13° 35′ =
5. cos 38° 23′ =
6. tg 52° 48′ =

Respuesta:

1. sen 15° = 0.258819045
2. tg 34° 12′ = 0.679599298
3. tg 61° 23′ = 1.832860977
4. sen 13° 35′ = 0.234859371
5. cos 38° 23′ = 0.783874108
6. tg 52° 48′ = 1.317451347

3. Halle el valor de $\hat{\alpha}$, utilizando la calculadora:

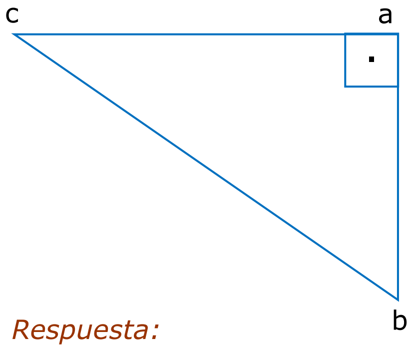
1. sen $\hat{\alpha}$ = 0,63127 $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ =
2. tg $\hat{\alpha}$ = 1,19034 $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ =
3. cos $\hat{\alpha}$ = 0,49456 $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ =
4. tg $\hat{\alpha}$ = 0,78834 $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ =
5. cos $\hat{\alpha}$ = 0,75643 $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ =
6. sen $\hat{\alpha}$ = 0,91078 $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ =

Respuesta:

1. sen $\hat{\alpha}$ = 0,63127 $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ = 39º8´38″

2. tg $\hat{\alpha}$ = 1,19034 $\Rightarrow \hat{\alpha}$ = 49º57´59"
3. cos $\hat{\alpha}$ = 0,49456 $\Rightarrow \hat{\alpha}$ = 60º21´33"
4. tg $\hat{\alpha}$ = 0,78834 $\Rightarrow \hat{\alpha}$ = 38º15´
5. cos $\hat{\alpha}$ = 0,75643 $\Rightarrow \hat{\alpha}$ = 40º50´58"
6. sen $\hat{\alpha}$ = 0,91078 $\Rightarrow \hat{\alpha}$ = 65º36´48"

4. En el triángulo $\overset{\Delta}{bac}$ rectángulo en $\hat{a}$, $\overline{ab} = 23cm$ y $\hat{c} = 53^{\circ}$. Calcule la longitud de $\overline{cb}$ y de $\overline{ca}$



Datos $\begin{cases} \hat{c} = 53^{\circ} \\ \overline{ab} = 23\,cm \end{cases}$

Incógnitas : $\overline{cb}$ y $\overline{ca}$

Respuesta:

Calcular $\overline{cb}$

$$sen\,\hat{c} = \frac{\overline{ab}}{\overline{cb}}$$

$$sen\,53^{\circ} = \frac{23\,cm}{\overline{cb}}$$

$$\overline{cb} = \frac{23\,cm}{sen\,53^{\circ}}$$

$$\overline{cb} = 28{,}8\,cm$$

Calcular $\overline{ca}$

$$tg\,\hat{c} = \frac{\overline{ab}}{\overline{ca}}$$

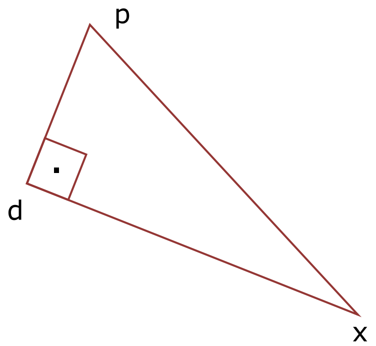
$$tg\,53^{\circ} = \frac{23\,cm}{\overline{ca}}$$

$$\overline{ca} = \frac{23\,cm}{tg\,53^{\circ}}$$

$$\overline{ca} = 17{,}33\,cm$$

5. En el triángulo $\overset{\Delta}{pdx}$ rectángulo en $\hat{d}$, $\overline{px} = 18cm$ y $\overline{dx} = 13cm$. Calcule la longitud del cateto $\overline{dp}$.

Datos $\begin{cases} \overline{dx} = 13\,cm \\ \overline{px} = 18\,cm \end{cases}$



Incógnita: $\overline{dp}$

Respuesta:

$$Calcular\ \overline{dp}$$

$$\overline{px}^2 = \overline{dx}^2 + \overline{dp}^2$$

$$(18\,cm)^2 = (13\,cm)^2 + \overline{dp}^2$$

$$\overline{dp}^2 = (18\,cm)^2 - (13\,cm)^2$$

$$\overline{dp} = \sqrt{324+169}$$

$$\overline{dp} = 22{,}2\,cm$$

6. Una cuerda de 50m se estira desde la parte superior de un poste hasta el suelo, formando con éste un ángulo de 32°. Halle a altura del poste y la distancia del pie de éste, al lugar donde la cuerda toca el suelo.

Respuesta:
Llamamos "y" a la altura del poste, y "x" a la distancia entre el pie del poste y la cuerda.

Calculamos y

$$\cos 32^o = \frac{y}{50\,m}$$

$$\cos 32^o.50\,m = y$$

$$42{,}4\,m = y$$

Calculamos x

$$sen\,32^o = \frac{x}{50\,m}$$

$$sen\ 32^o.50\,m = x$$

$$26{,}4\,m = x$$

7. Desde la ventana de un edificio una persona observa un auto que está estacionado, bajo un ángulo de 35°, si la altura de la ventana al piso es de 27,30m. Halle la distancia horizontal que hay desde el auto hasta el pie del edificio y la distancia desde el auto al observador.

Respuesta:
Llamamos "y" a la distancia entre el pie del edificio y el auto, y "x" a la distancia entre el observador y la ventana.

Calculamos y

$$tg\,35^o = \frac{27{,}30\,m}{y}$$

$$y = \frac{27{,}30\,m}{tg\,35^o}$$

$$y = 38{,}98\,m$$

Calculamos x

$$sen 35^o = \frac{27{,}30\,m}{x}$$

$$x = \frac{27{,}30\,m}{sen\,35^o}$$

$$y = 47{,}59\,m$$